

De Galilée à Bouguer :

La naissance de la géodésie dynamique

Vincent DEPARIS

Lycée Jean Monnet (Annemasse)

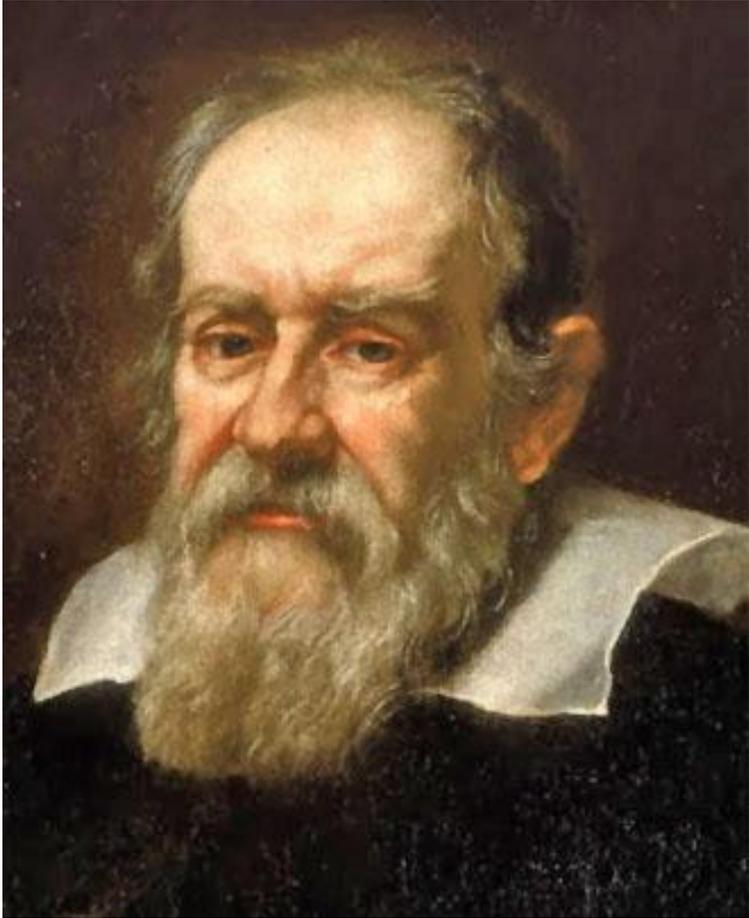
Hilaire LEGROS

EOST (Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre de Strasbourg)

- 1. La gravité de Galilée à Newton**
- 2. L'influence des forces centrifuges**
- 3. Gravitation, figure et pendule**
- 4. Le développement de la gravimétrie par Bouguer**

1. La gravité de Galilée à Newton

Les découvertes galiléennes



Galilée (1564-1642)

En 1632 : Loi de la chute des corps :

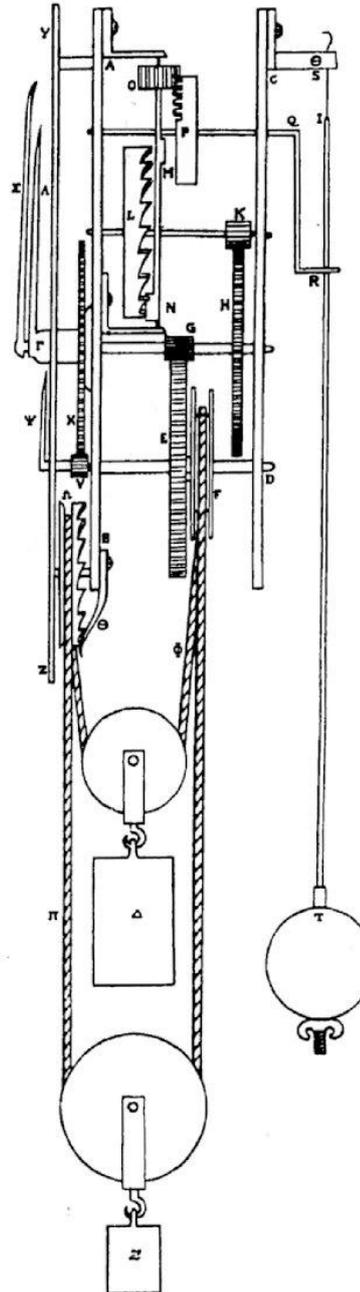
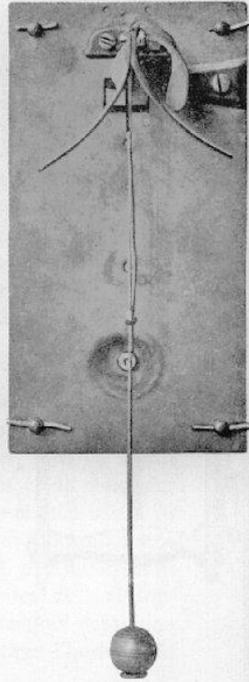
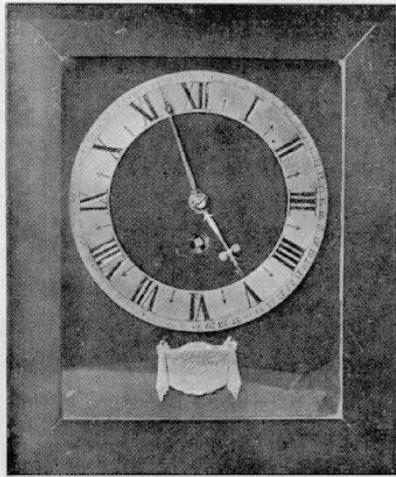
« Les espaces parcourus par un corps qui tombent croissent comme le carré du temps »

En 1638 : Isochronisme des oscillations du pendule : $h = \frac{g}{2}t^2 \longrightarrow g \approx 4m \cdot s^{-2}$
« Les longueurs [des pendules] sont entre elles comme les carrés des périodes »

Pendule : instrument de mesure du temps

$$\frac{T^2}{l} = cte$$

Les horloges de Huygens : *Horologium*, 1658



Isochronisme parfait des pendules cyclo

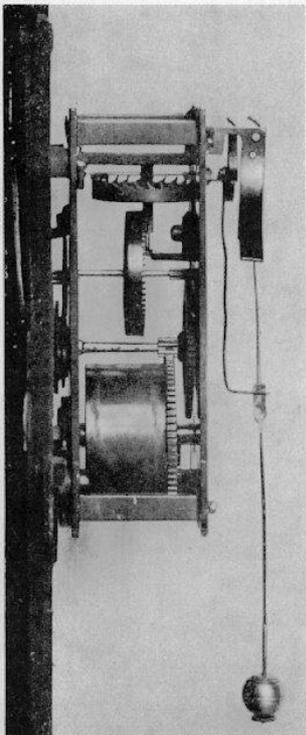
Période du pendule simple :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Si $T = 2s$:

$$g = \pi^2 l$$

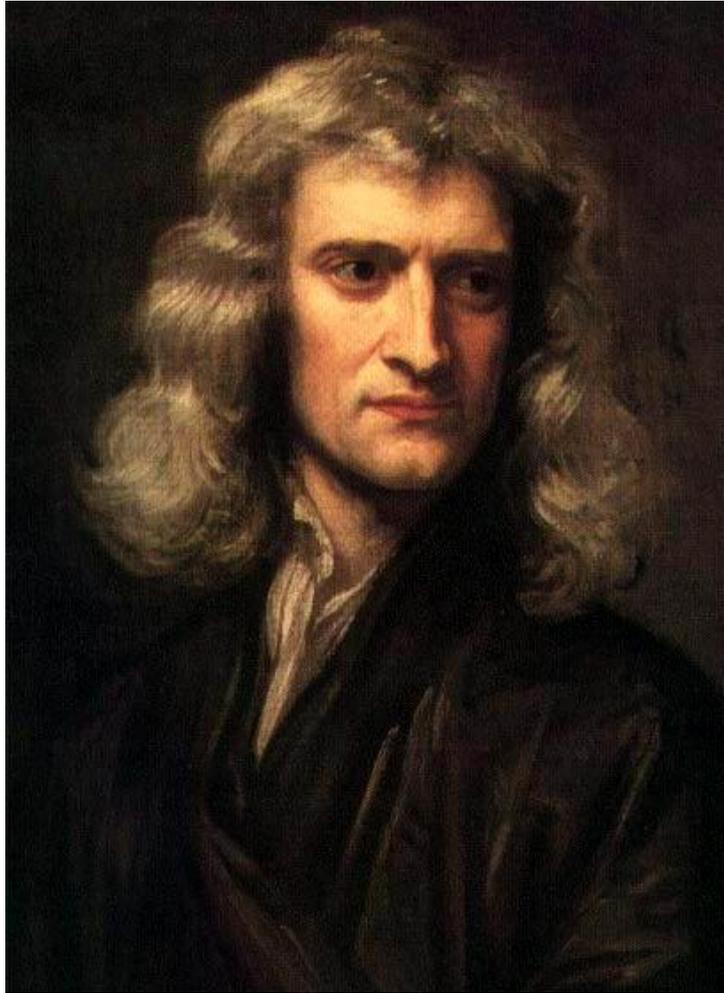
Pendule : instrument de mesure de la p



Première horloge à pendule de Ch. Huygens, construite en 1657 par Salomon Coster

(Oeuvres de Christian Huygens)

La percée de Newton



Isaac Newton (1642-1727)

Périodes très concentrées dans le temps

1665 :

- Démonstration différente de l'expression de la force
- Première formulation de la loi d'attraction en $1/r^2$
- Identité entre la force qui retient la Lune sur son orbite

1679-1680 : démontre les deux premières lois de Kepler

1685 : attraction d'une sphère à sa surface

Naissance de la gravimétrie

1687 : *Les Principia*

L'hostilité à l'encontre des idées newtoniennes

Huygens (1690) :

« *Pour ce qui est la Cause du Reflux que donne M. Newton, je ne m'en contente nullement,*

La gravité résulte de « *l'effort que fait la matière fluide [l'éther], qui tourne circulairement*

L'acceptation de la gravitation universelle



Maupertuis (1698-1759)

En 1732 : **Maupertuis**, *Discours sur les différentes figures de la Terre*
« Il a fallu plus d'un demi-siècle pour apprivoiser les Académiciens »

- **Forme de la Terre et variation de la pesanteur**
- Marées océaniques
- Théorie de la Lune
- Précession des équinoxes.

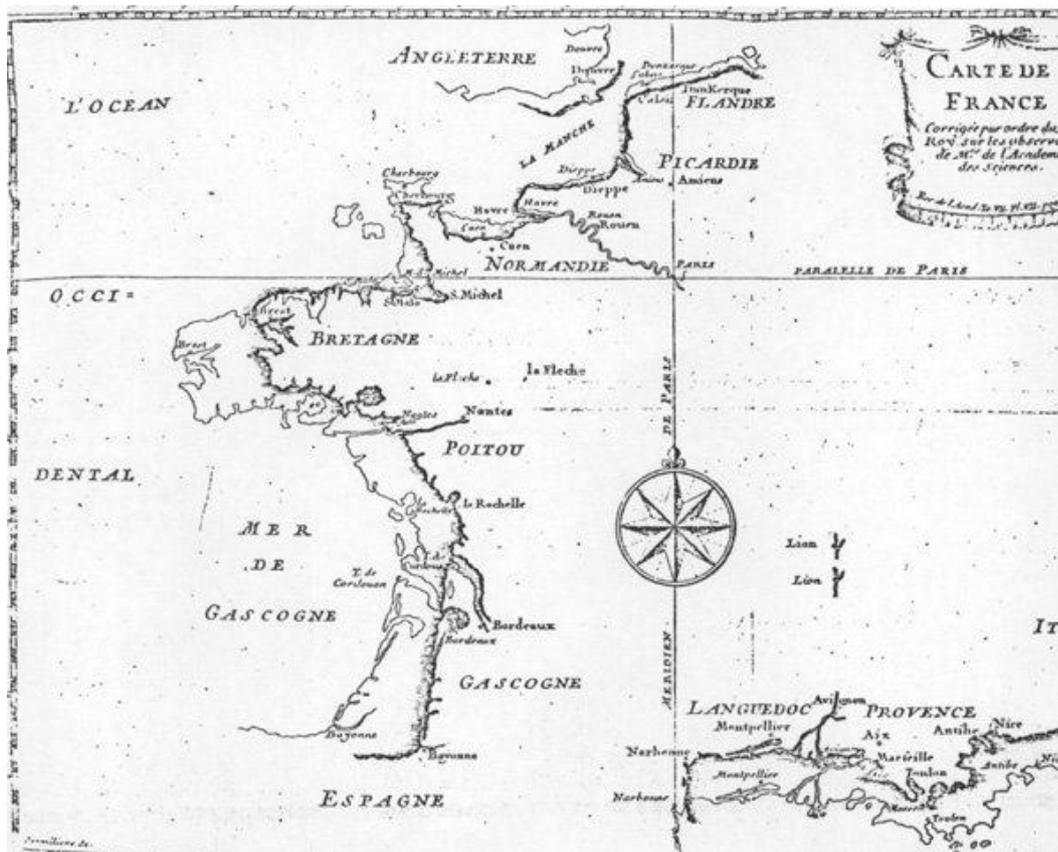
2. Influence des forces centrifuges

Forces centrifuges et intensité de la pesanteur

1661 : La pesanteur à Londres est la même qu'à Paris.

1671 : Picard propose d'utiliser le pendule pour établir un étalon de longueur

« La longueur d'un pendule à seconde de tems moyen pourrait être appelé rayon astro



Carte de France de Picard

L'observation de Richer, 1672



OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES ET PHYSIQUES FAITES EN L'ISLE DE CAÏENNE.

—•••••

CHAPITRE I. DESSEIN DU VOYAGE EN L'ISLE de Caïenne.



L'ACADEMIE Royale des Sciences, qui s'applique particulièrement à de nouvelles découvertes dans la Physique & dans les Mathématiques, résolut en l'année 1671. pour la perfection & l'avancement de l'Astronomie, d'éclaircir les doutes que les Astronomes anciens & modernes ont eûs jusques icy touchant les principaux fondemens de cette Science, & d'établir par ce moyen des regles plus certaines, & qui pussent approcher plus près de la verité, que celles que nous avons eûes

Observations de parallaxes.

Observation avec un pendule :

« *L'une des plus considérables observations que j'ai fait*

L'explication de Huygens

1669 : $g_{Paris} = 9,81m \cdot s^{-2}$ $\frac{\omega^2 R}{g} = \frac{1}{289}$

1690, *Discours de la cause de la pesanteur* :

« Je reconnus, aussitôt qu'on nous eût communiqué le nouveau phénomène [l'observation de Ri

Il calcule que, sur une Terre sphérique, la force centrifuge explique 66% de l'observation de Ri

« Mais on ne peut pas se fier entièrement à ces premières observations. (...) Il faut espérer

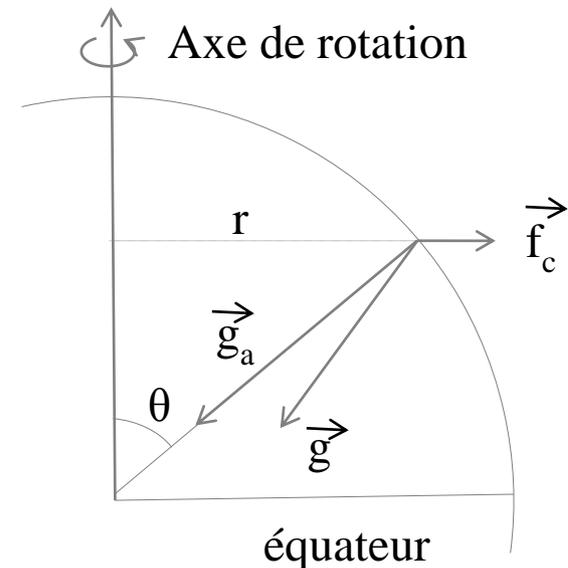
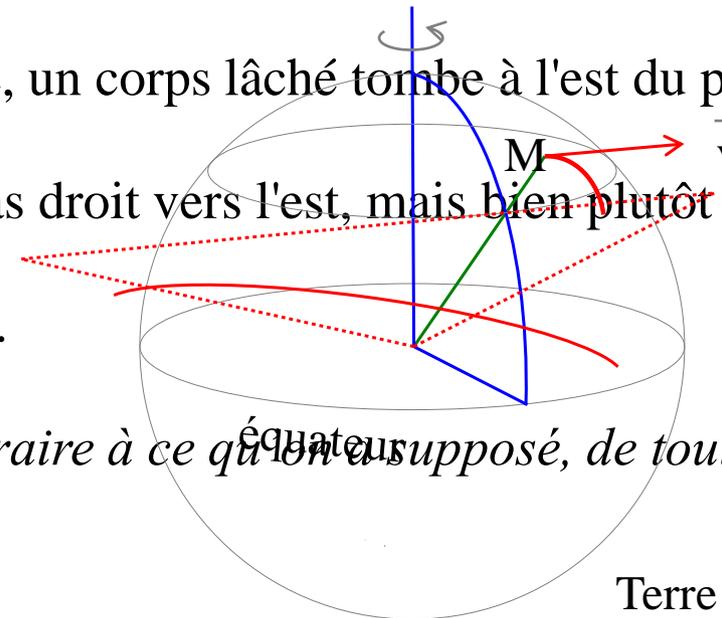
Forces centrifuges et déviation de la verticale

1679 : **Newton** : en raison de la rotation de la Terre, un corps lâché tombe à l'est du point situé

Hooke répond que la chute ne dévie pas droit vers l'est, mais bien plutôt vers le sud

1683 : **Hooke** : la pesanteur s'écarte vers l'équateur.

1690 : **Huygens** : « Cette déclinaison est bien contraire à ce qu'on a supposé, de tout temps, co



Forces centrifuges et figure d'équilibre

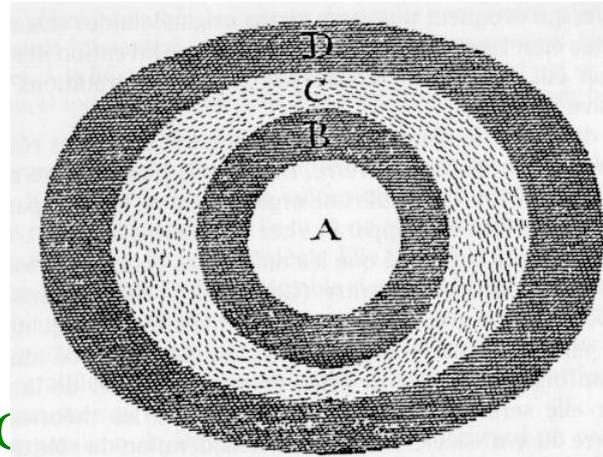


Jean-Dominique Cassini
(1625-1712)

1666 : J.-D. Cassini observe que Jupiter a une forme aplatie.

1675 : Hooke suppose que les planètes sont des ellipsoïdes aplatis

1681 : Burnet : la Terre est aplatie et elle s'est structurée sous l'eff



1683 : J.-D. C

t la méridienne de Picard

Le calcul de Newton (1687)...

DU SYSTEME
DU MONDE.

34

PRINCIPES MATHÉMATIQUES

PROPOSITION XVIII. THÉORÈME XVI.

Les axes des planettes sont plus petits que les rayons de leurs équateurs.

Si les planettes n'avoient point le mouvement journalier de rotation autour de leur axe, elles devroient être sphériques à cause de l'égle gravité de leurs parties. Le mouvement de rotation fait que les parties qui s'éloignent de l'axe font effort pour monter vers l'équateur. Et par conséquent, si la matière dont elles sont composées étoit fluide, son élévation vers l'équateur augmenteroit le diamètre de ce cercle, & son abaissement vers les Pôles diminueroit l'axe. Aussi les observations astronomiques nous apprennent-elles que dans Jupiter le diamètre qui va d'un pôle à l'autre est plus court que celui qui va de l'Orient à l'Occident. Par le même raisonnement, on verra que si notre terre n'étoit pas un peu plus haute à l'équateur qu'aux pôles, les mers s'affaisant vers les pôles, & s'élevant vers l'équateur inonderoient toutes ces régions.

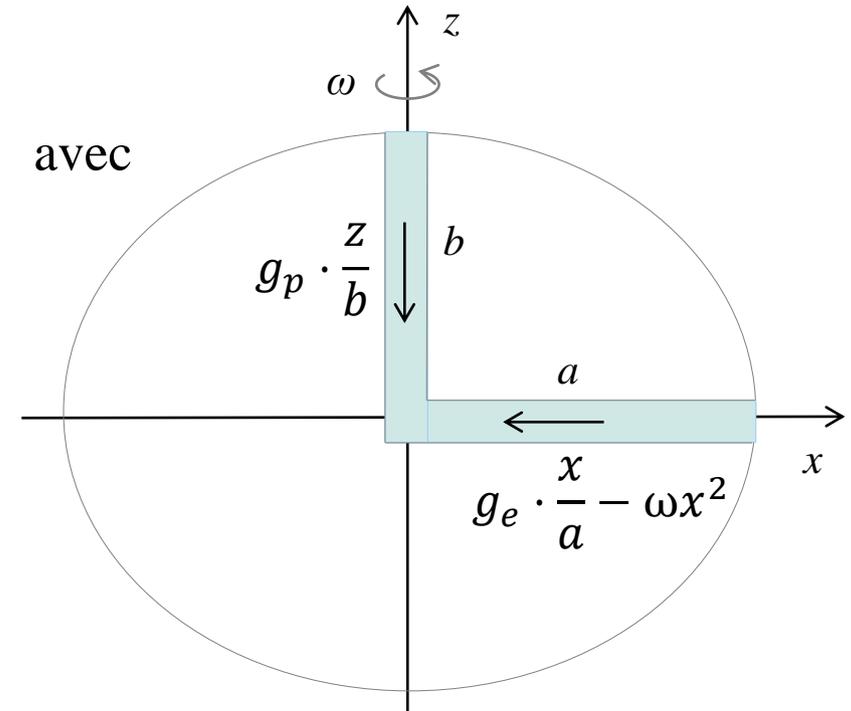
Le calcul de Newton (1687)...

Calcul l'aplatissement égal à :

$$\alpha = \frac{5}{4} m = \frac{1}{230}$$

$$m = \frac{\omega^2 a}{g_e}$$

- Application de la loi d'attraction générale en $1/r^2$
- Calcul de l'attraction d'un corps non sphérique.
- Suppose que la Terre est homogène.
- L'aplatissement explique également la précession.



Les calculs de Newton sont complexes

Maupertuis : « *Je n'entends rien à la méthode que M. Newton a suivie.* »

Jean Bernoulli : « *Vous n'entendez rien dites-vous à la méthode que M. Newton a suivie ; j*

...et celui de Huygens

466

DISCOURS DE LA CAUSE DE LA PESANTEUR.

que la Terre n'est pas tout à fait sphérique, mais d'une figure de sphere abaissée vers les deux Poles, telle que feroit à peu près une Ellipse, en tournant sur son petit axe. Cela procede du mouvement journalier de la Terre, & c'est une suite necessaire de la declinaison susdite du plomb. Parce que la descente des corps pesans estant parallele à la ligne de cette suspension, il faut que la surface de tout liquide se dispose en sorte, que cette ligne luy soit perpendiculaire, parce qu'autrement il pourroit descendre d'avantage °). Partant la surface de la mer est telle, qu'en tout lieu le fil suspendu luy est perpendiculaire. D'ou s'ensuit que la ligne du niveau, c'est-à-dire celle qui

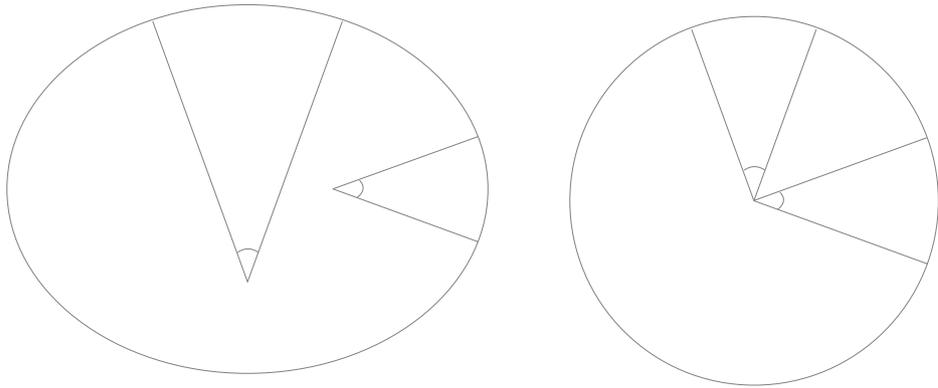
Huygens **prouve que la surface est une ellipse**, ce que Newton n'a pas fait.

Avec la condition de Newton et sa conception de la gravité (**dirigée vers le centre et constante**)

$$\alpha = \frac{1}{2} m = \frac{1}{578}$$



Les vérifications géodésiques



1701 : J.-D. Cassini soupçonne que la Terre est

1718 : Jacques Cassini trouve pour un arc de 1°

Paris-Dunkerque : 56 960 toises

Paris-Collioure : 57 097 toises



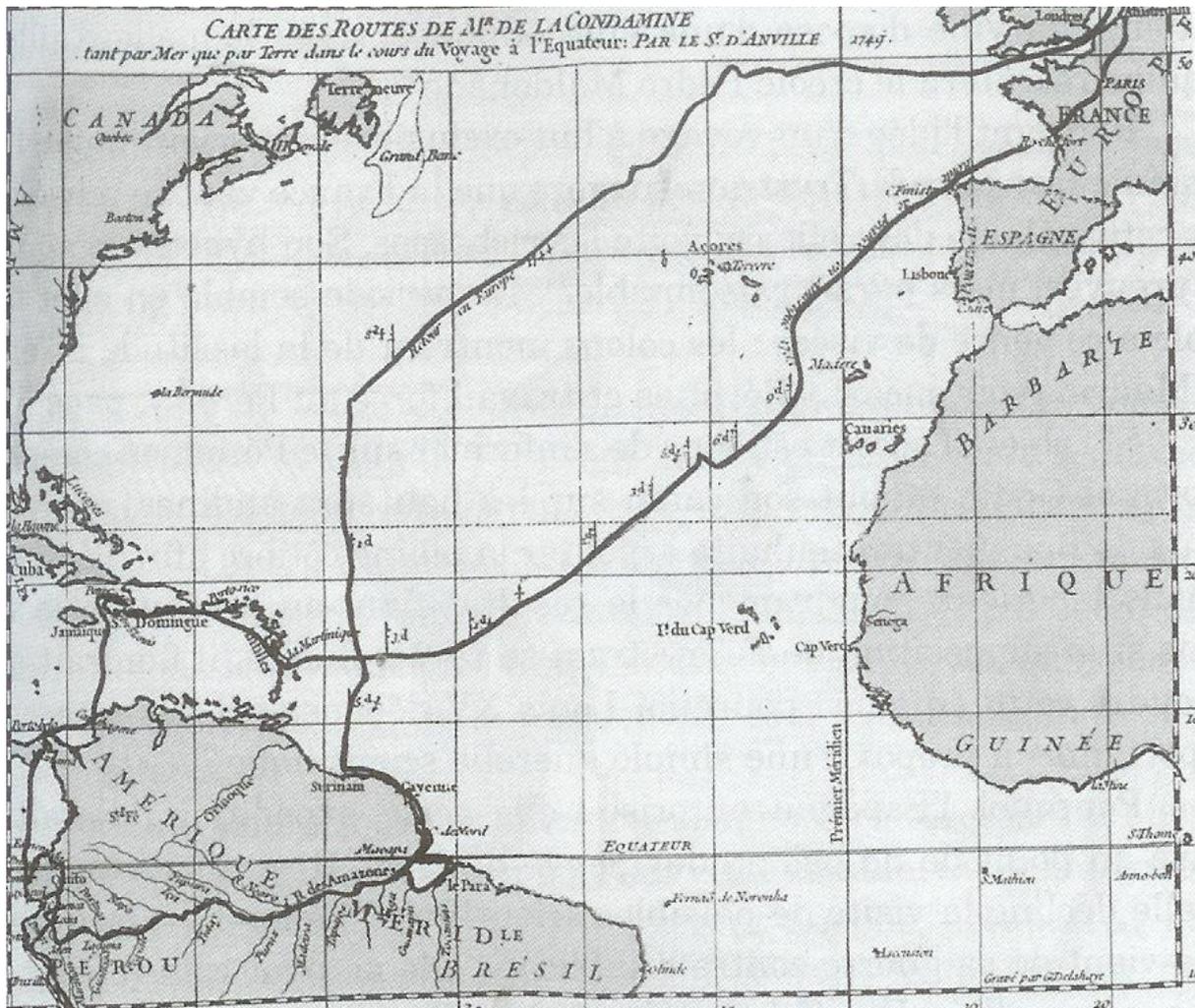
1734 : Voltaire : « Chez vos cartésiens tout se fa

Il faudrait des mesures d'arcs de méridien à des

La mission au Pérou (1735-1744)

*« Nos derniers voyageurs, plus fous que leurs aïeux
Vont contempler au Nouveau Monde
Si cette Terre enfin est Elliptique ou Ronde »*

(Cideville à Voltaire)

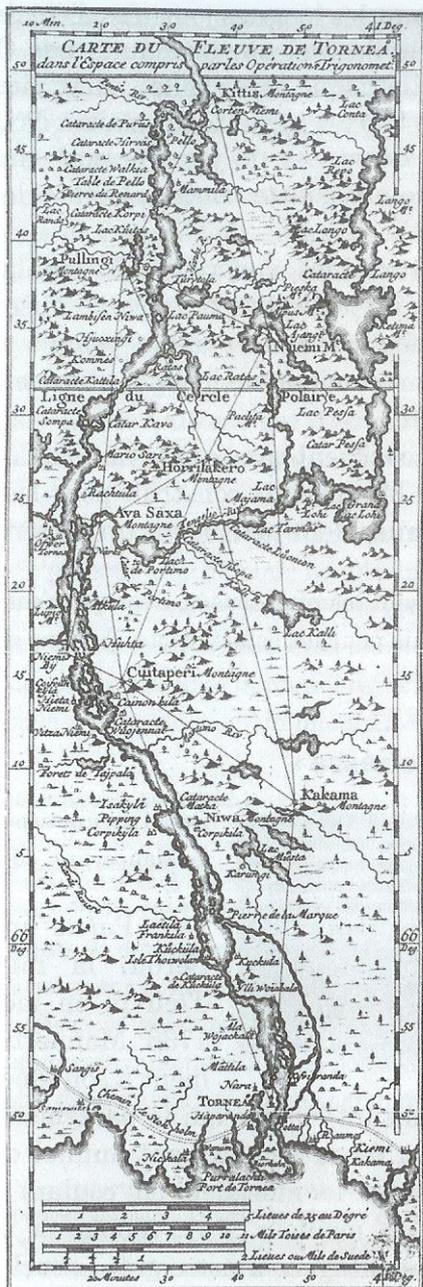


Quatre académiciens :

- Louis Godin
- Pierre Bouguer
- Charles-Marie de La Condamine
- Joseph de Jussieu

Elle revient avec une moisson de résu

La mission en Laponie (1735-1737)



Quatre académiciens :

- Pierre-Louis Moreau de Maupertuis
- Alexis Claude Clairaut
- Pierre-Charles Le Monnier
- Charles-Etienne Camus

Un correspondant : l'abbé Réginald Outhier

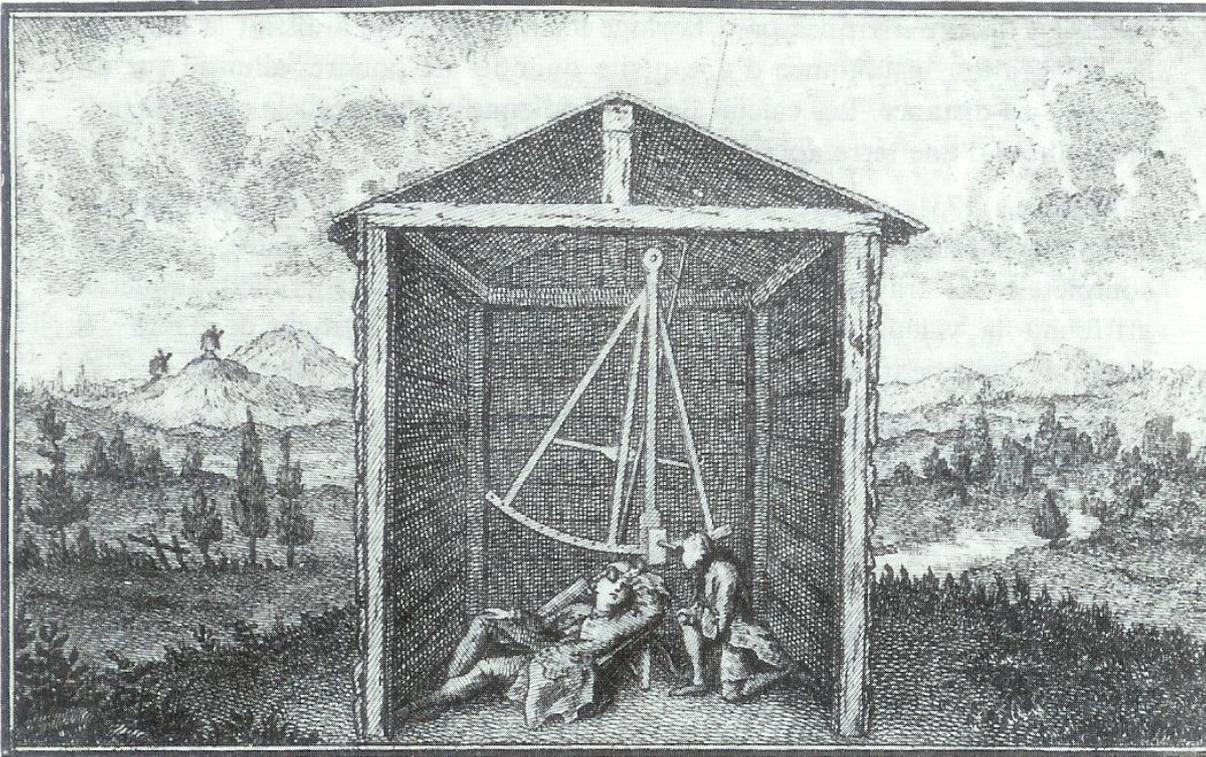
Un savant suédois : Anders Celsius

Résultat pour le degré du méridien : 57 438 toises

Aplatissement : 1/178

*« Héros de la Physique, argonautes nouveaux,
Qui franchissez les monts, qui traversez les eaux,
Ramenez des climats soumis aux trois couronnes
Vos perches, vos secteurs et surtout deux Laponnes.
Vous avez confirmés dans ces lieux pleins d'ennuis,
Ce que Newton connut sans sortir de chez lui. »*

La Méridienne vérifiée (1739-1740) : Cassini de Thury – La Caille



La Caille observant au secteur.

Cassini de Thury : « *Les résultats sont favorables à l'aplatissement de la Terre.* »

Toutes les mesures **confirment un aplatissement de 1/178**, « *en attendant une détermination* »

C'est la première victoire, avant de nombreuses autres, de la théorie newtonienne.

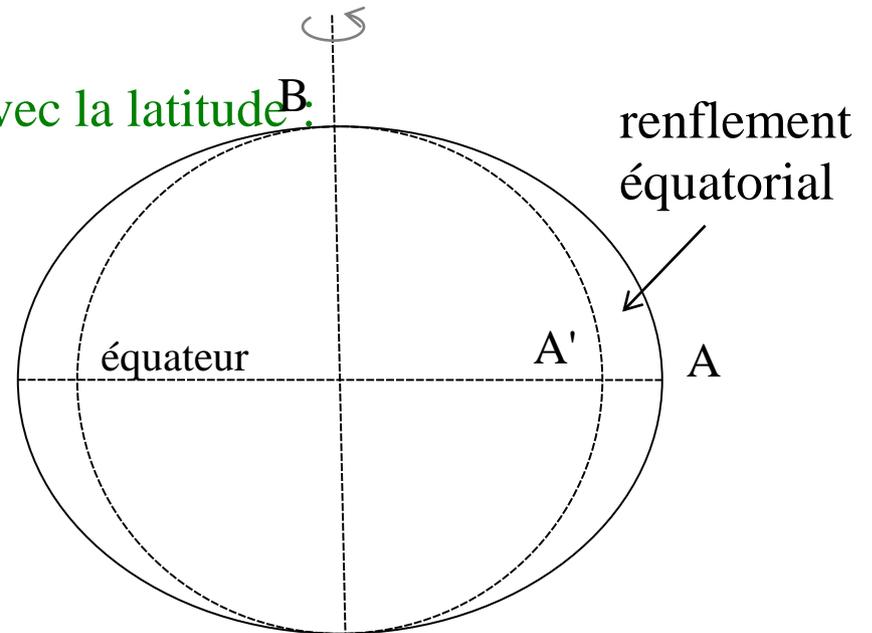
3. Gravitation, figure et pendule : Newton

De nombreuses mesures pendulaires.

Newton explique les variations de la pesanteur avec la latitude θ .

- la force centrifuge ;
- l'éloignement du fait de l'aplatissement ;
- l'attraction d'un corps non sphérique.

$$g = g_e \left(1 + \frac{5}{4} m \cos^2 \theta \right)$$



La variation de pesanteur calculée est trop faible :

« Ainsi la terre doit être un peu plus élevée à l'équateur que ce calcul ne l'a donné, & sa matière

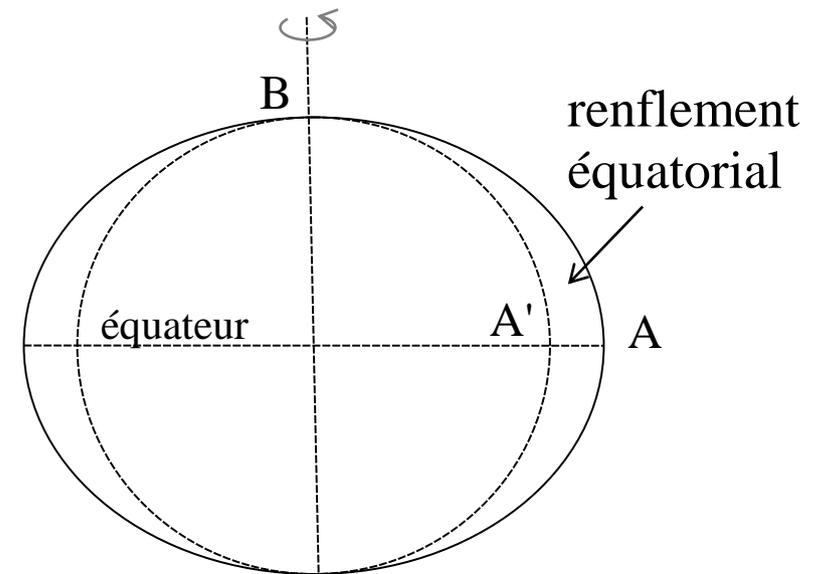
« Ces différences doivent être attribuées, partie aux erreurs commises dans les observations, p

Gravitation, figure et pendule : Huygens

Huygens ne tient compte que de :

- la force centrifuge
- l'éloignement dû à l'aplatissement

$$g = g_e(1 + 2m\cos^2\theta)$$



La variation de pesanteur calculée est trop forte :

« *Et pour rendre raison pourquoi la seconde variation [la différence d'éloignement] n'aura*

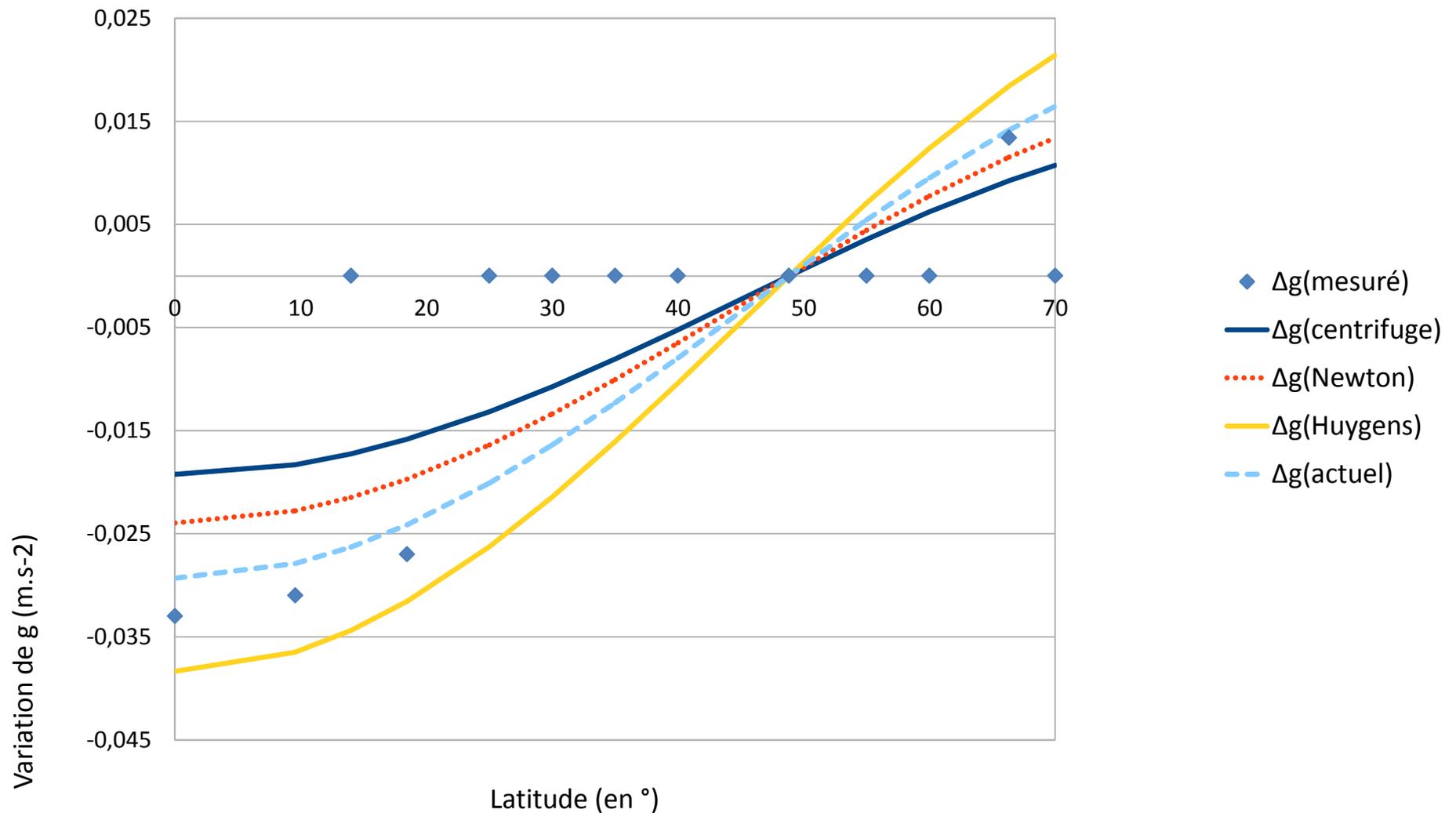
Les mesures pendulaires au Pérou et en Laponie

Maupertuis (1738) : « *Si on part du mouvement de la Terre autour de son axe (...) et qu'on con*



Comparaison mesures / modèles

Variation de la pesanteur par rapport à celle de Paris en fonction de la latitude



Que conclure des mesures pendulaires ?

Maupertuis : « *Enfin, toutes les expériences que les Académiciens envoyés par le Roi au Pérou*

Toutes ces expériences s'écartent tant de la théorie de M. Huygens, (Discours de la cause de

Clairaut : naissance de la géodésie dynamique



Alexis Clairaut (1713-1765)

1743 : *Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'hydrostatique.*

Réinterprète Huygens dans le cadre newtonien :

La gravité est centrale, décroît en $1/r^2$, comme si toute la masse de la Terre est concentrée au centre.

Pour tous corps dont la surface est en équilibre hydrostatique :

$$g = g_e \left[1 + \left(\frac{5}{2} m - \alpha \right) \cos^2 \theta \right]$$

$$\frac{g_p - g_e}{g_e} = 2\alpha_h - \alpha \quad \text{avec} \quad \alpha_h = \frac{5}{4} m = \frac{1}{230}$$

Les mesures pendulaires permettent de déterminer α .

Clairaut et l'hétérogénéité du globe

« Si on suppose qu'une Planete ait été originairement toute fluide, elle ne sauroit être ni plus aplatie »

Conséquences pour les variations de la pesanteur :

- Si la Terre est homogène : $\alpha = \frac{1}{578}m$ et $g = g_e \left[1 + \left(\frac{5}{2}m - \alpha \right) \cos^2\theta \right]$

- Si toute la masse est concentrée au centre : $\alpha = \frac{5}{4}m$ et $g = g_e \left(1 + \frac{5}{4}m \cos^2\theta \right)$

« Or cette conclusion tirée de ma Théorie, est entièrement conforme à ce que l'Expérience nous apprend »

$\alpha = \frac{1}{2}m$ et $g = g_e(1 + 2m \cos^2\theta)$

Les conclusions de Laplace



Pierre Simon de Laplace
(1749-1827)

1783 : Laplace : mesures d'arcs : $\alpha = 1/250$
mesures pendulaires : α

1789 : Legendre : « *Il y a bien des raisons qui rendent ce de*

1801-1803 : Révision de l'arc de Laponie : Maupertuis s'est

1825 : Laplace : mesures d'arcs : $\alpha = 1/308$
mesures pendulaires : α

« *le peu de différence de cet aplatissement à ceux que donne*

Un résumé provisoire

Au milieu du XVIIIe siècle, les mesures pendulaires ont permis :

- 1) De mettre en évidence la variation de la pesanteur avec la latitude et le rôle de la
- 2) De tester la théorie de la gravitation de Newton et celle de Huygens.
- 3) De déterminer l'aplatissement de la Terre en la supposant à l'équilibre hydrostatique.
- 4) De donner des premières indications sur la constitution interne du globe.

4. Le développement de la gravimétrie : Bouguer

1749, La figure de la Terre.

- Précision des mesures et des corrections.
- Nouvelles « observations tests » du système de Newton.
- Application de la gravimétrie à la connaissance de l'intér



Pierre Bouguer (1698-1758)

Détail des Expériences ou Observations sur la gravitation, avec des remarques sur les causes de la Figure de la Terre.

1. **A**près avoir discuté tout ce qui a rapport à la Figure de la Terre considérée comme corps Géométrique, il nous reste avant que de terminer cet ouvrage à vérifier les faits qui peuvent nous procurer quelque légère connoissance sur la conformation intérieure de cette grande masse, considérée comme corps Physique.

Le pendule de Bouguer

Fig. 43.

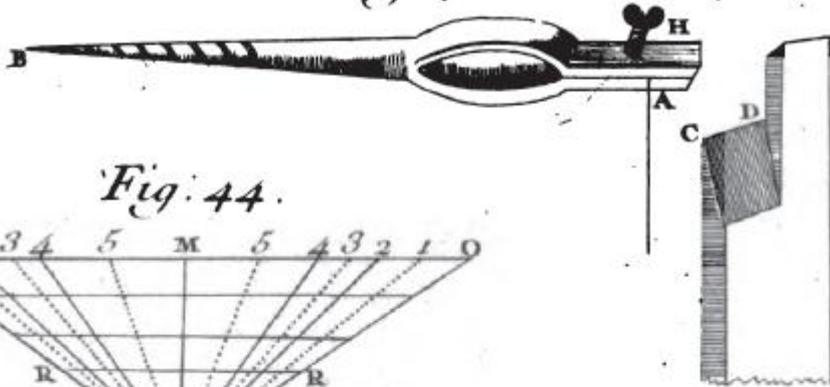
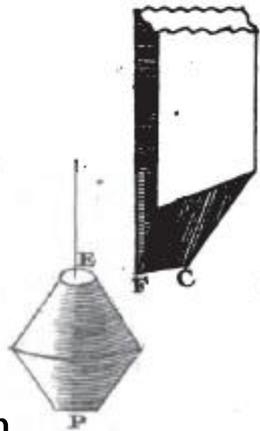
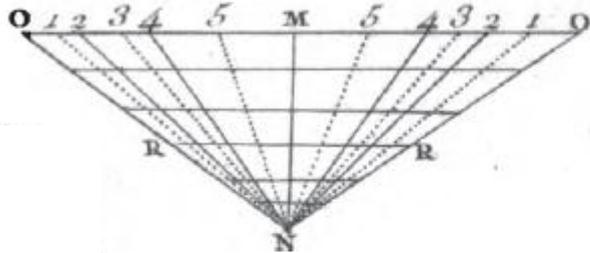


Fig. 44.



Le pendule gagne :

- 11 oscil. en 58 min
- 15 oscil. en 1h 19 min
- 21 oscil. en 1h 49,5 min

274 ou 275 oscil. en 24h

Nombre d'oscillations en 24h :

« Je fais le pendule toujours exactement de la même manière »

Observation au sommet de Pichincha :

Longueur du pendule : 36 p. 7,019 lig.

L'horloge retarde de 5 min 6 s par jour.

En 86 707 s : l'horloge fait 86 400 battements

En 86 707 s : le pendule fait 86 675 oscil.

Longueur du pendule battant la seconde :

$$l = \frac{86675^2}{86707^2} \times (36p7,019lig) = 36p6,69lig.$$

La réduction des mesures

- * Une correction de température : pour tenir compte de la dilatation des matériaux.
- * Une correction de pression : pour tenir compte de la densité de l'air qui, par la force d'Archimède, diminue le poids.

« C'est la première fois qu'on a égard à cette petite correction dans les expériences dont il s'agit ; mais nous ne pouvons pas la négliger si nous voulons pousser les choses jusqu'à la plus grande exactitude. »

Nouvelle approche de la science :

- soin extrême dans la construction des instruments
- répétition des mesures
- calcul de corrections pour les perturbations inévitables.



Épanouissement de la science expérimentale

Variation de la pesanteur avec l'altitude

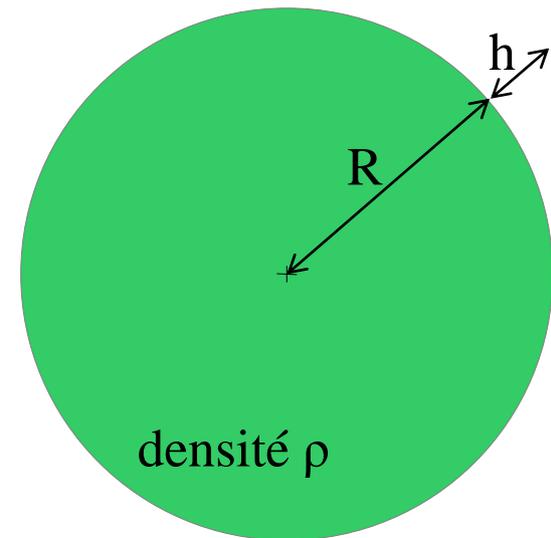
6 janvier 1680 : **Hooke** dans une lettre à **Newton** écrit :

« **Halley** à son retour de *St Hélène*, m'a dit que son pendule allait plus lentement »

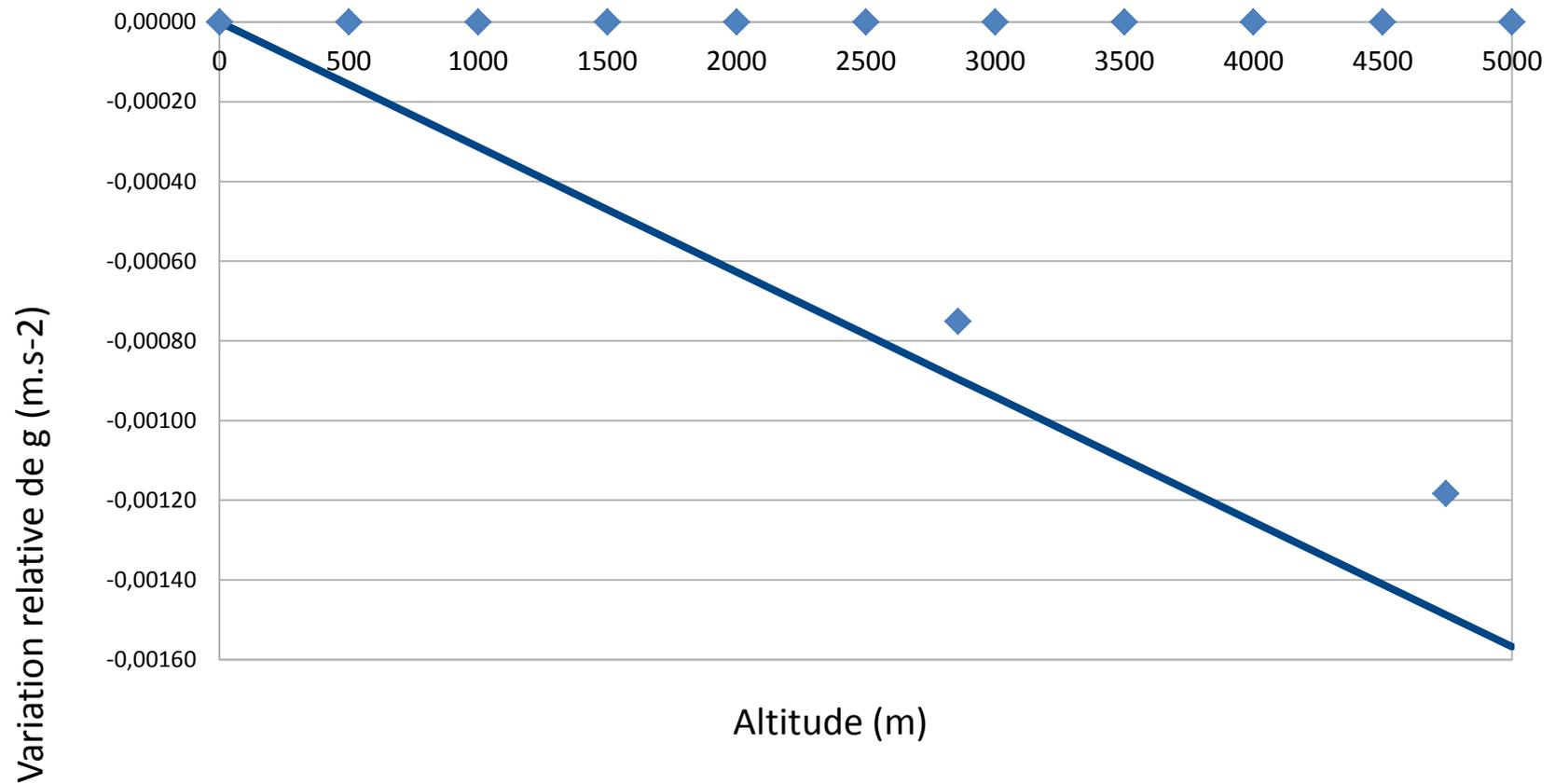
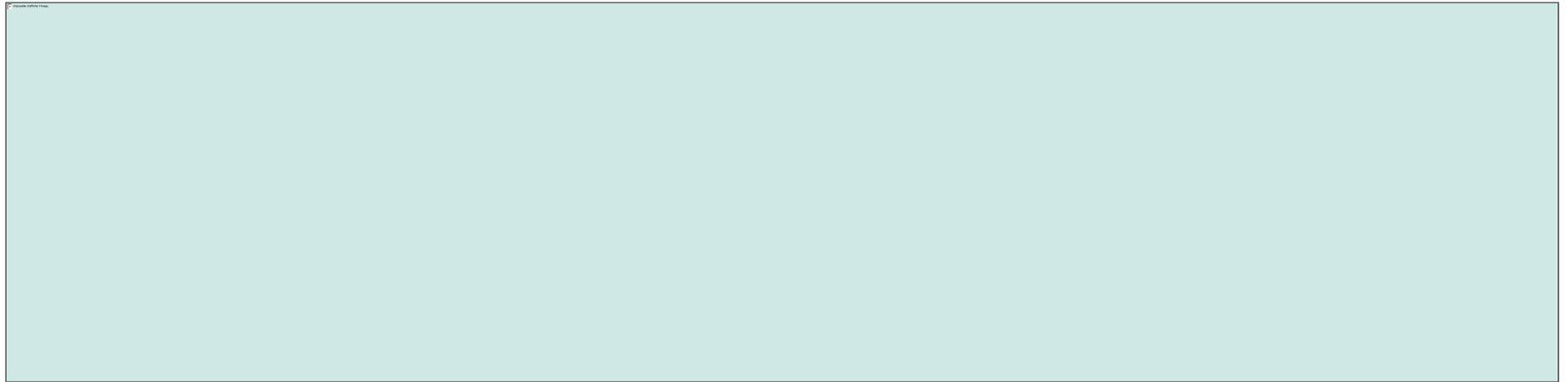
En effet :

$$g(R + h) = \frac{GM_T}{(R + h)^2} = \frac{GM_T}{R^2(1 + h/R)^2} \approx g \left(1 - \frac{2h}{R} \right)$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{-2h}{R}$$

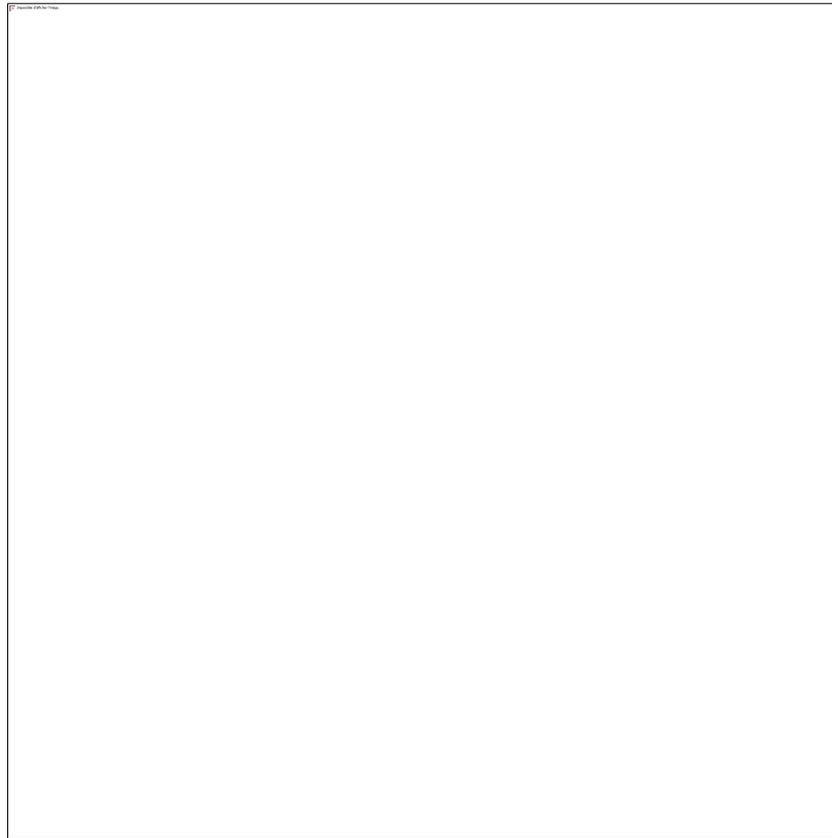


Les mesures



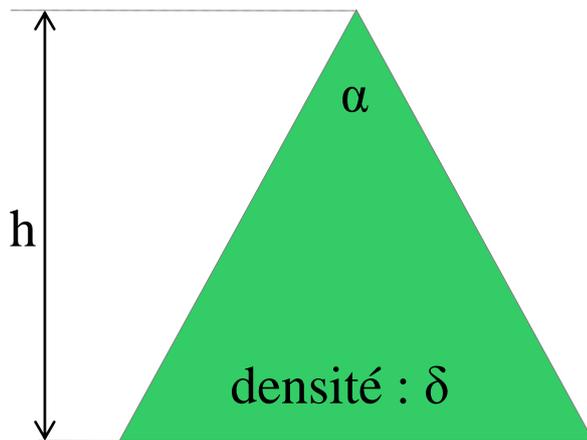
La loi de Newton est-elle fausse ?

« *Mais pourquoi nos expériences nous donnent-elles donc constamment un rapport q*



Bouguer invente la correction de plateau

« Il y a donc deux diverses attentions à avoir, lorsqu'il s'agit des expériences que j'a



Attraction au sommet d'un cône : $2\pi G\delta \left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right) h$

Si α tend vers 180° : attraction d'un plateau : $2\pi G\delta h$

Bouguer peut peser la Terre

La variation de pesanteur est : $\frac{\Delta g}{g} = \left(-2 + \frac{3\delta}{2\rho} \right) \frac{h}{R}$

Bouguer obtient : $\frac{\delta}{\rho} = 0,21$

« Ainsi il faut convenir que la Terre est beaucoup plus compacte en bas qu'en haut, et

Il paroît aussi, si nous osons porter quelque jugement, sur un sujet couvert pour nous

Ces Physiciens qui supposaient au milieu de la Terre un grand vide et qui voulaient q

Où est l'erreur de Bouguer ?

On sait aujourd'hui que : $\frac{\delta}{\rho} = 0,5$

- Il ne tient pas compte de la **topographie réelle**.
- Sous les montagnes se trouvent des anomalies de masse (les « racines » des montagnes)



L'isostasie

Déviations de la verticale par les montagnes

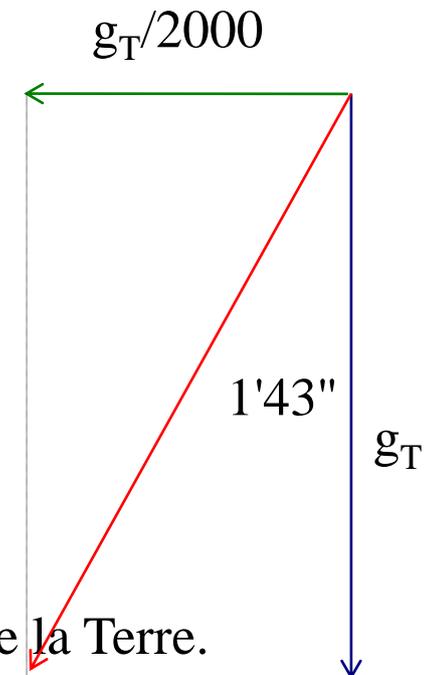


Attraction de la montagne est 2 000 fois plus

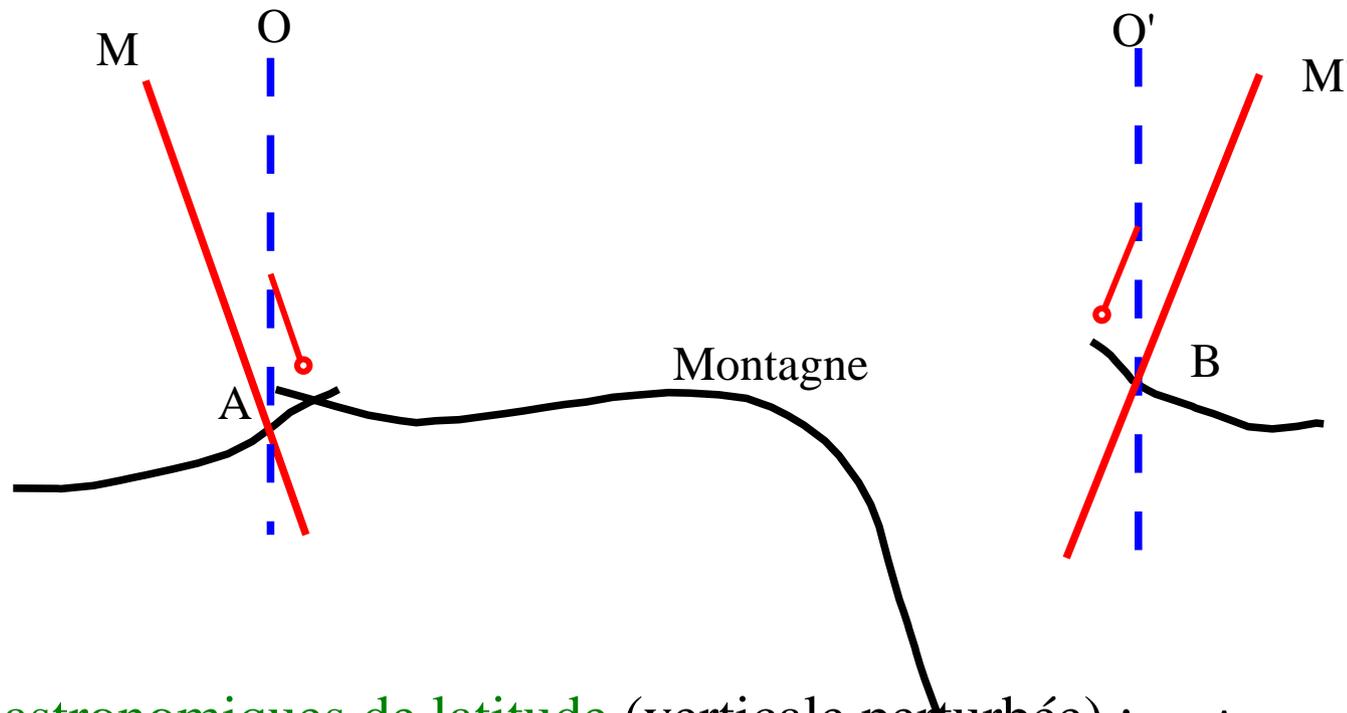
Volume : 7,4 milliards de fois plus petit que le globe.

Même densité que le globe

Centre de la montagne est 1900 fois plus près que le centre de la Terre.



Comment mesurer cette déviation ?



Mesures astronomiques de latitude (verticale perturbée) : $\Delta\varphi_{astro}$

Figure de la Terre connue, mesure de la distance AB : $\Delta\varphi_{géodésique}$

Effet de la montagne : $-\Delta\varphi_{géodésique}$

Les résultats

Bouguer trouve une déviation de 7,5" loin des 1'43" prédits (14 fois moins) !

« *Il paraît assez qu'on peut dire en se refermant dans le fait simple, que les montagnes*

C'est beaucoup que de supposer son volume diminué de moitié par les concavités qu

Où sont les erreurs de Bouguer ?

Les mesures sont justes (Jean Goguel).

Erreur dans la densité : un facteur 2.

Erreur dans le calcul : l'attraction d'une montagne n'est pas l'attraction au centre de la

Les racines des montagnes causent un déficit d'attraction

Sans le savoir, Bouguer met en évidence ce qui sera utilisé par Pratt et Airy da

Conclusion

La gravimétrie est née de l'invention d'un nouveau instrument de mesure : le pendule.

De Galilée à Bouguer, la découverte est que la pesanteur n'est pas une « constante » universelle, mais qu'elle varie selon les latitudes, les altitudes et les lieux.

Au milieu du XVIII^e siècle, la gravimétrie acquiert son statut de science géophysique :

Clairaut : - les mesures de pesanteur permettent de déterminer l'aplatissement d'une Terre lisse, sans topographie, sans anomalies internes de n...
équilibre hydrostatique.

Bouguer : - s'intéresse à la pesanteur à la surface de la Terre réelle, hétérogène, avec une topographie.

- met en évidence l'écart entre la gravité observé et la gravité atte...
une Terre lisse et homogène.
- ouvre la voie au concept d'anomalies de gravité et à celui de fig...
référence.