



# La physique étonnante des ondes *sous* la surface des océans

Thierry Dauxois  
Laboratoire de Physique

Lyon, 22 Novembre 2012

# Expérience du détroit de Luçon

(MIT, LEGI Grenoble, ENS Lyon)



**M.Mercier, L.Gostiaux, S.Saidi, J.Sommeria, H.Didelle, S.Viboud, K.Helfrich, T.Dauxois, T.Peacock.**  
Copyright Discovery Channel

Qu'est ce qu'une onde interne ?

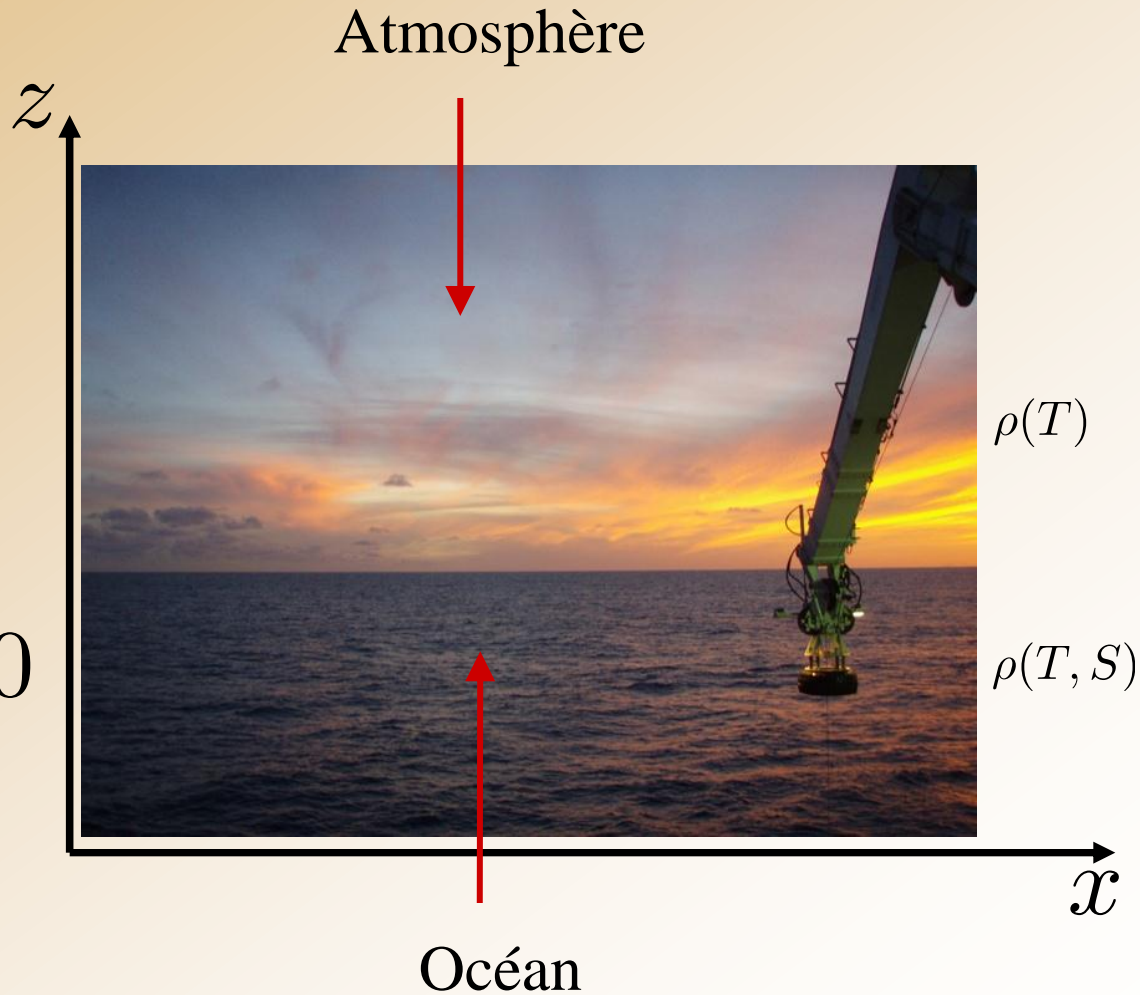
# Fluides Stratifiés

Densité

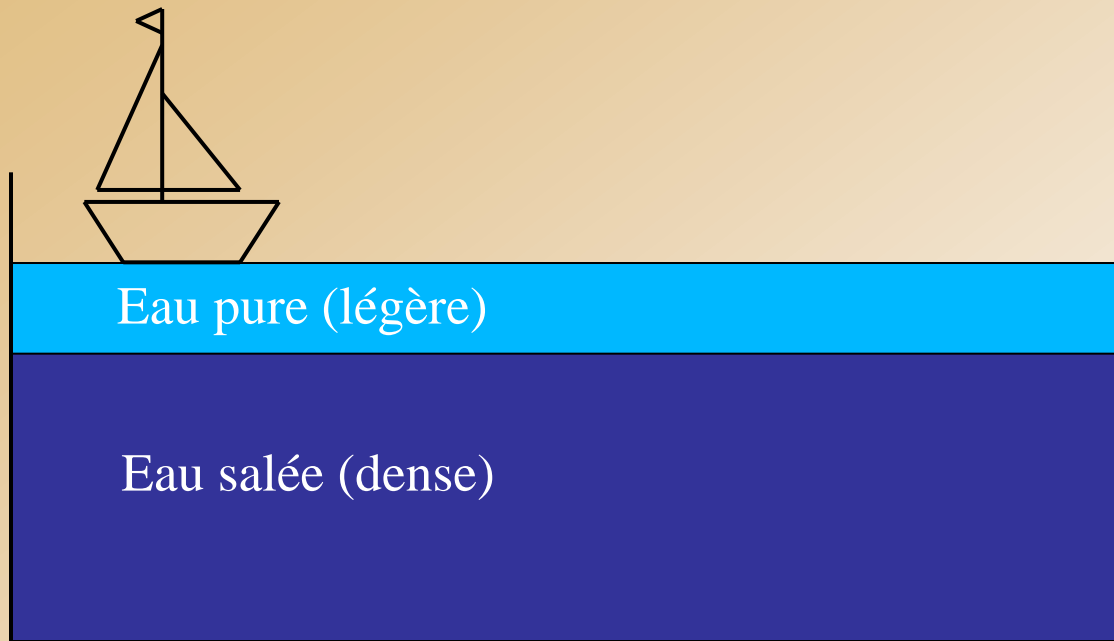
$$\rho(z)$$

Stabilité

$$\frac{d\rho(z)}{dz} < 0$$



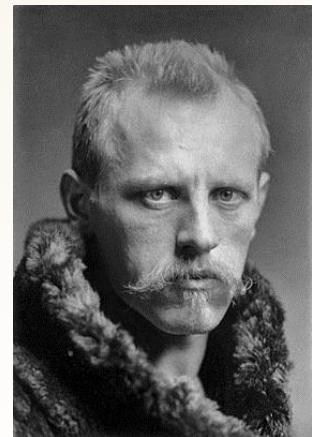
# Stratification à deux couches



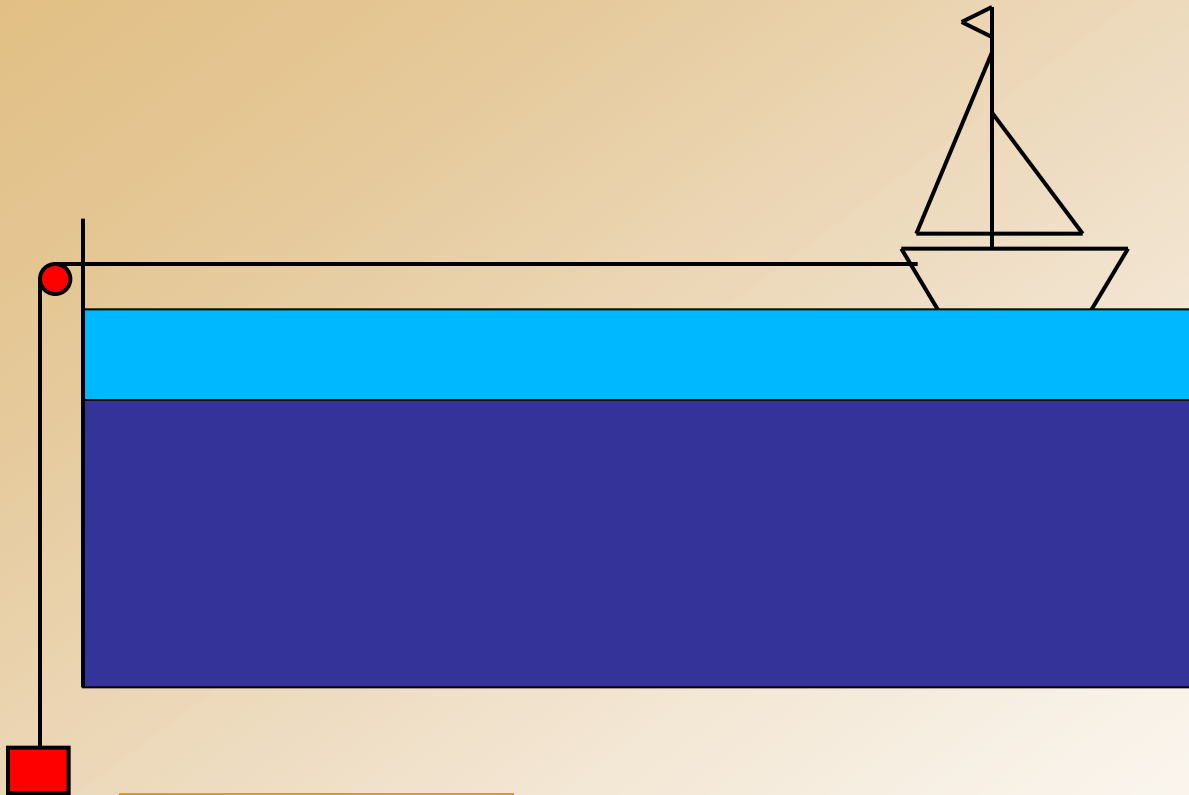
“Par temps calme, le bateau était en mesure d’aller de 6 à 7 nœuds. En revanche, dans les eaux mortes, il était incapable d’atteindre 1,5 nœuds, comme freiné par une force mystérieuse.”

**Fridtjof Nansen**

explorateur Norvégien lors de son expédition vers le pôle nord.



# Ondes internes d'interface



Paramètres:

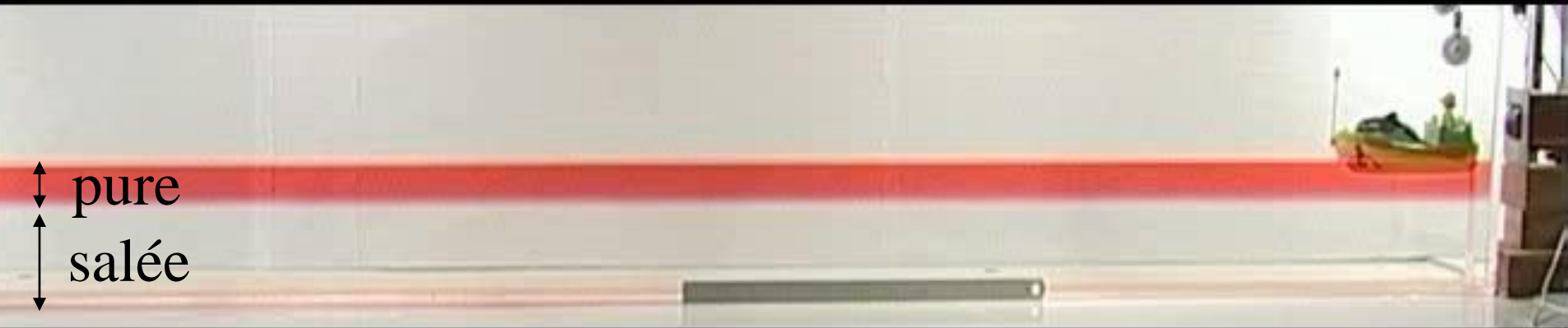
- Tension
- Poids du bateau
- Epaisseur des couches
- Différence de densité



Ekman (1904)  
Maas (2005)

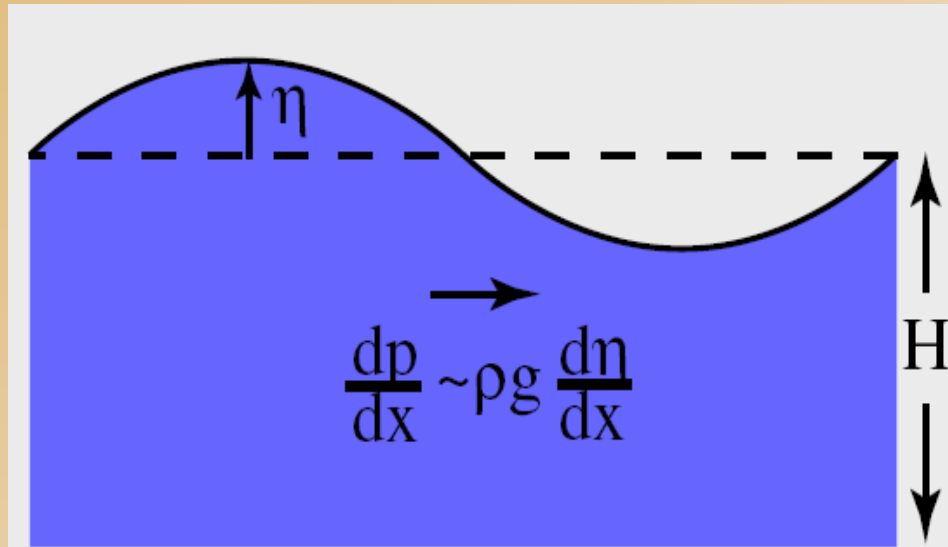


# Ondes internes: cas de 2 couches



- Surface libre *non perturbée*
- Ondes de grande amplitude à l'interface
- Dynamique oscillante *complexe* (couplage bateau-ondes)

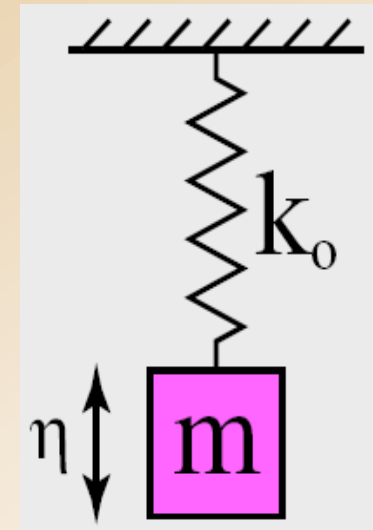
## Ondes de surface



$$\eta = \eta_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\omega^2 = gk \tanh(kH)$$

## Masse/Ressort



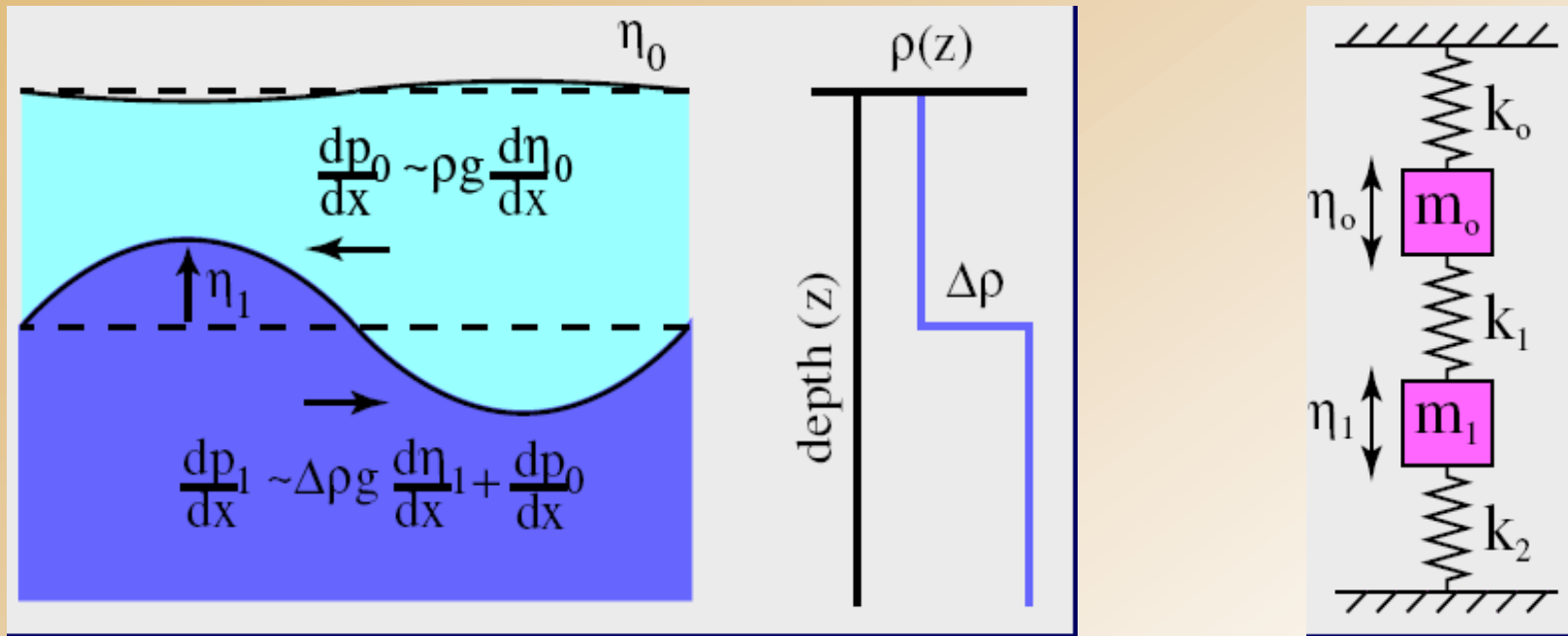
$$\eta = \eta_0 \sin(\omega t)$$

$$\omega^2 = k_0/m$$

La pulsation dépend uniquement de la force de rappel

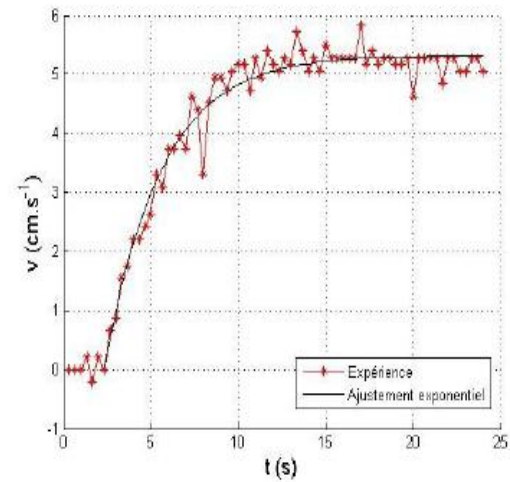
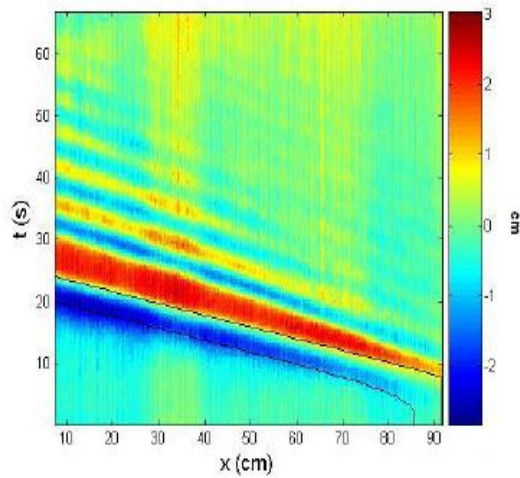


# Considérons le système à deux couches

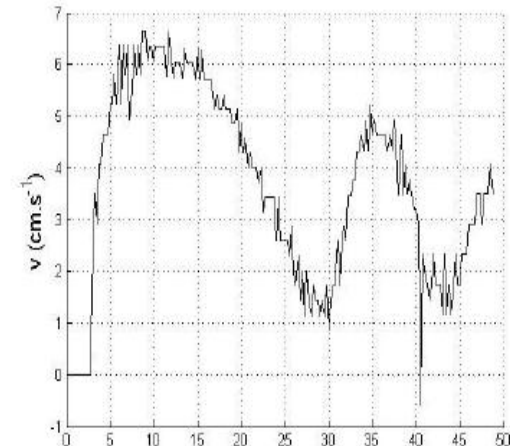
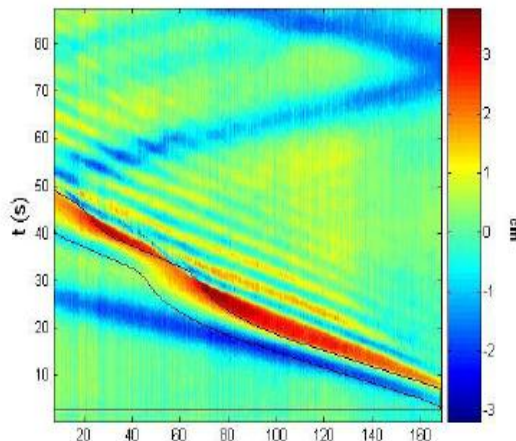


- Dans l'océan  $\Delta\rho/\rho \sim 1/1000$
- Vitesses similaires dans les couches  $\eta_1 \sim 1000\eta_0$
- 3 cm mouvement interne  $\Rightarrow$  30  $\mu\text{m}$  à la surface
- 100 m  $\Rightarrow$

**Ondes internes de grande amplitude !**



## 1<sup>er</sup> cas: Le bateau atteint un régime limite



## 2<sup>ème</sup> cas: régime oscillant

M. J. Mercier, R. Vasseur and T. Dauxois, *Resurrecting Dead-Water Phenomenon*, *Nonlinear Processes in Geophysics* **18**, pp.193-208 (2011).

# Description Analytique

• Du point de vue mathématique c'est un problème difficile

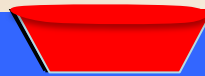
- Equations aux dérivées partielles
- Nonlinéarités fortes
- Nonlocalité

→ Développement d'un modèle asymptotique.

## Hypothèses

1. Surface non perturbée
2. Déformation faible due au bateau par rapport à la profondeur du fluide.
3. Déformation faible de l'interface par rapport à la profondeur du fluide.
4. Océans dans la régime d'eaux peu profondes

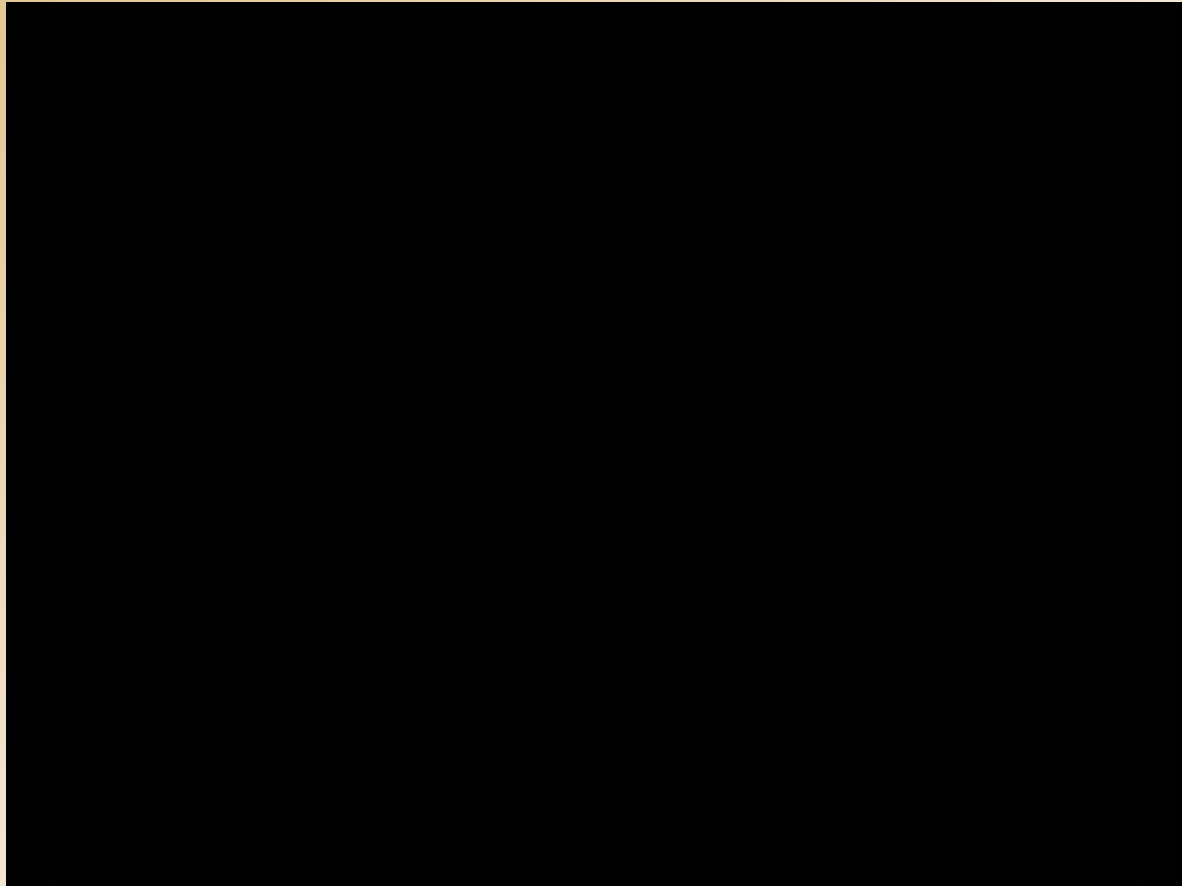
$$\eta(x, t)$$



$$\xi(x, t)$$

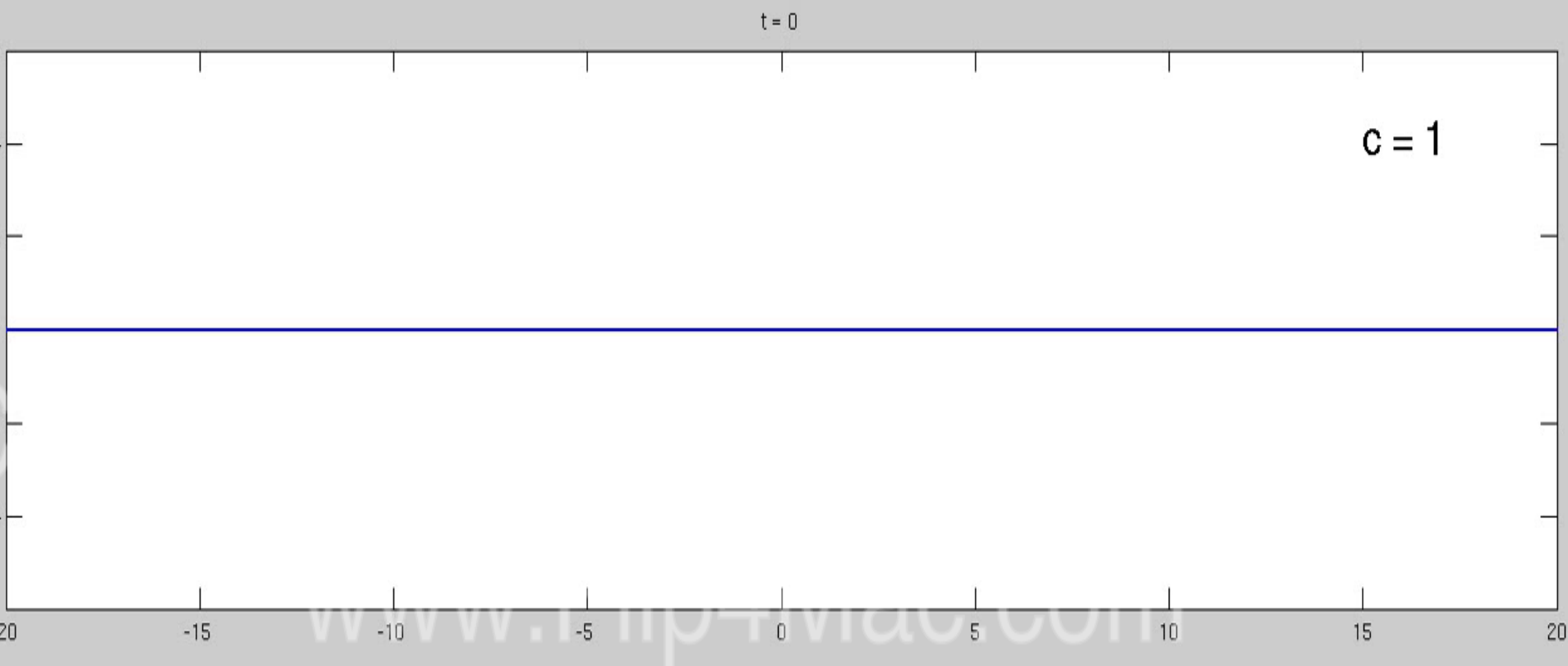
# Phénomène des Eaux Mortes

$$\partial_t \xi(t, x) + \underbrace{\partial_x \xi(t, x)}_{\text{Transport}} + \underbrace{\varepsilon \lambda \xi(t, x) \partial_x \xi(t, x)}_{\text{Nonlinearity}} + \underbrace{\varepsilon \nu \partial_x^3 \xi(t, x)}_{\text{Dispersion}} =$$



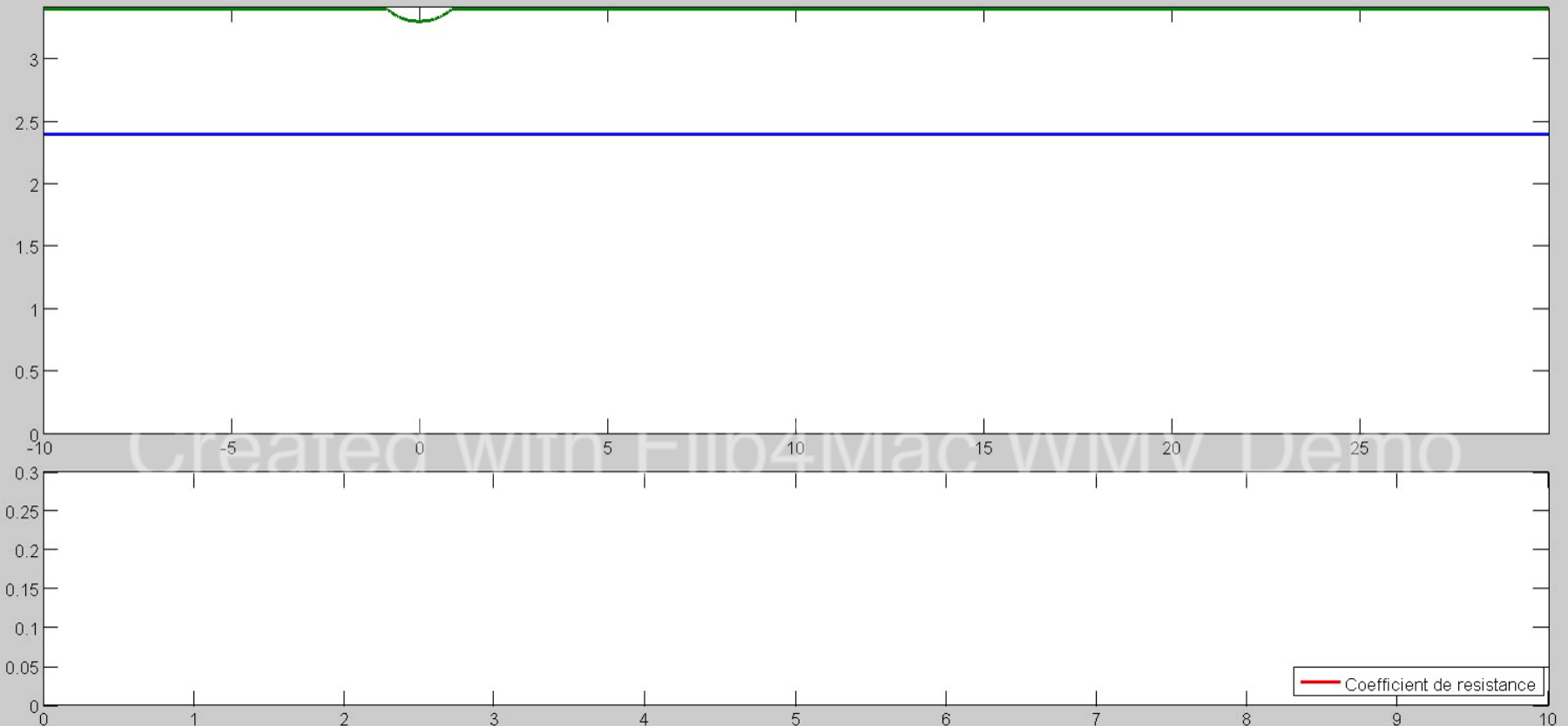
# Phénomène des Eaux Mortes

$$\partial_t \xi(t, x) + \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Forcing}} = -\varepsilon \alpha \partial_x \eta(x - ct)$$

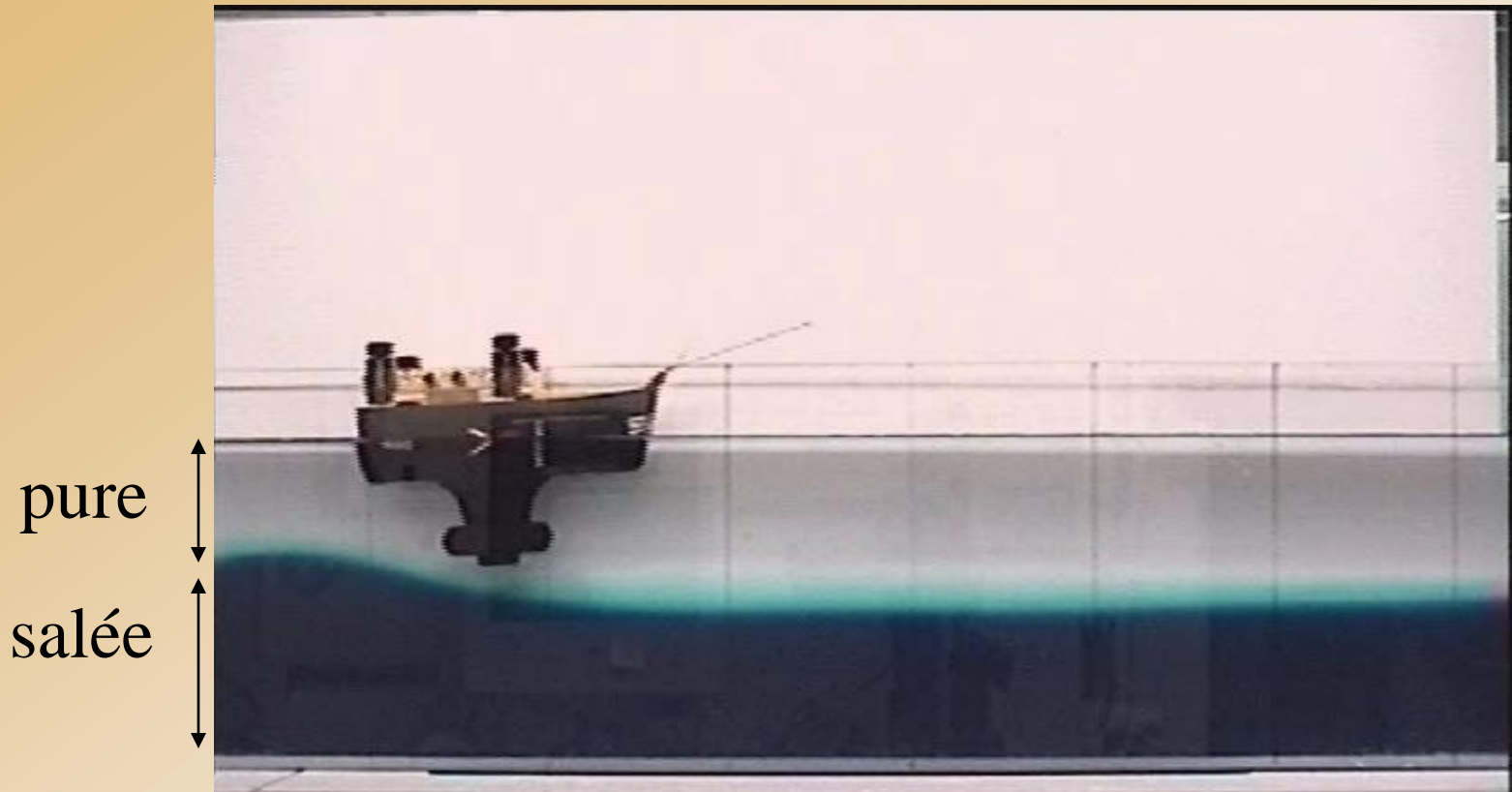


# Phénomène des Eaux Mortes

$$\partial_t \xi(t, x) + \underbrace{\partial_x \xi(t, x)}_{\text{Transport}} + \underbrace{\varepsilon \lambda \xi(t, x) \partial_x \xi(t, x)}_{\text{Nonlinearity}} + \underbrace{\varepsilon \nu \partial_x^3 \xi(t, x)}_{\text{Dispersion}} = \underbrace{-\varepsilon \alpha \partial_x \eta(x - ct)}_{\text{Forcing}}$$



# Ondes internes: cas à 2 couches



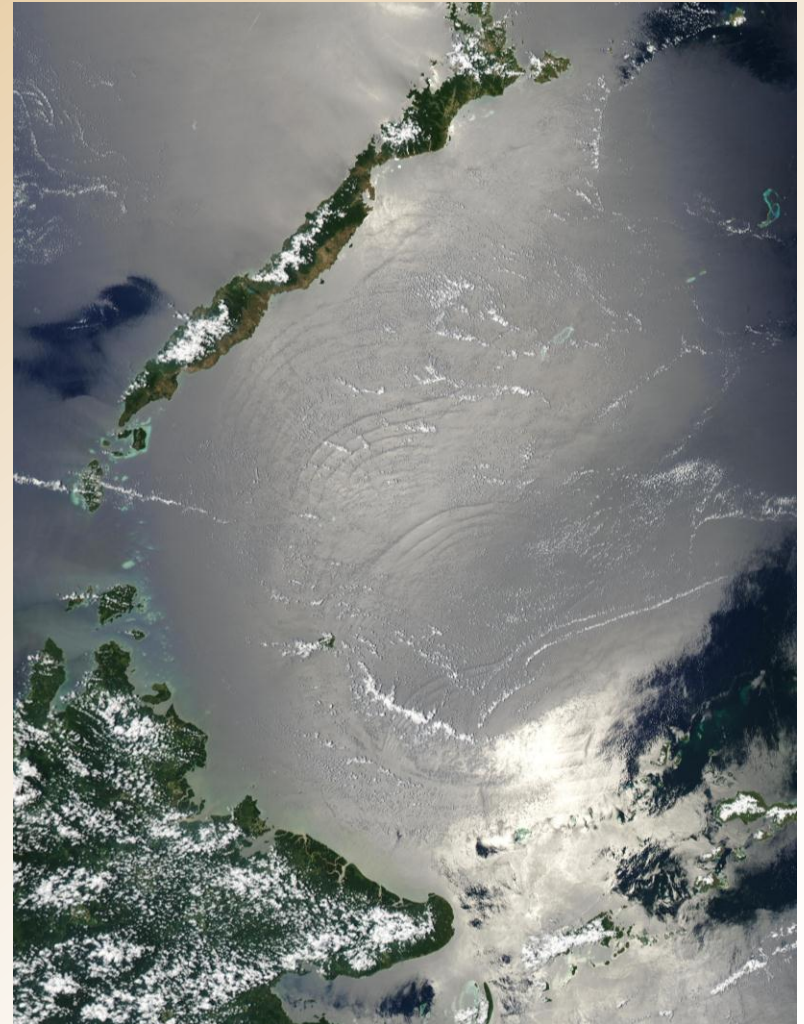
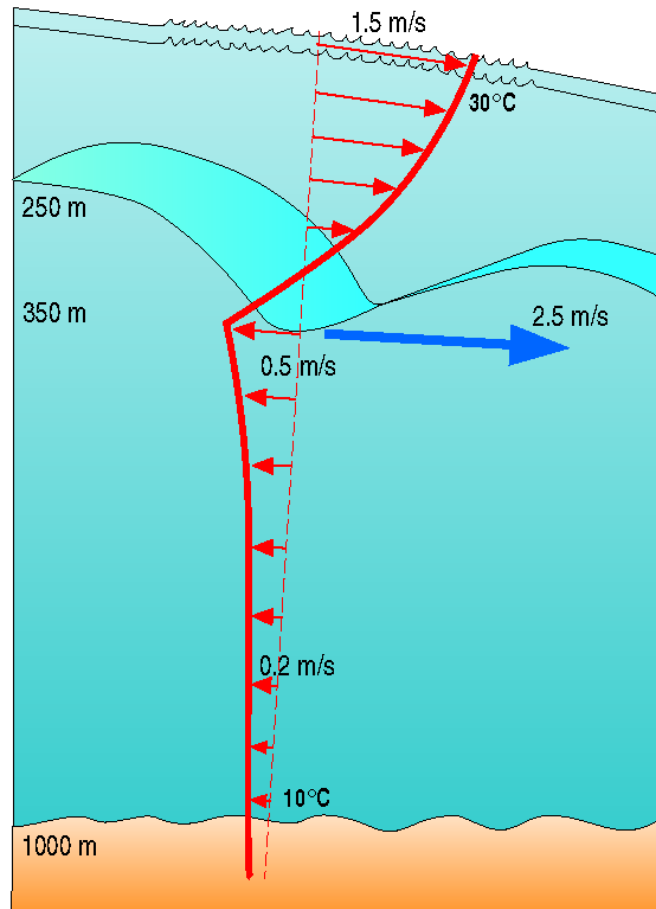
# Ondes internes: cas à 3 couches



**M. J. Mercier, R. Vasseur and T. Dauxois**, *Resurrecting Dead-Water Phenomenon*,  
Nonlinear Processes in Geophysics **18**, 193-208 (2011).



Une onde interne est une perturbation de la stratification en densité qui se propage à l'intérieur des océans.



## B) Stratification linéaire

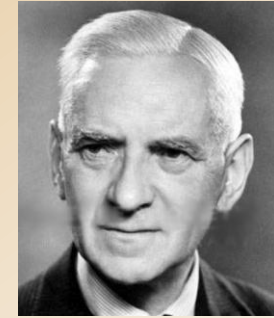
Systeme  
à 3 couches



Stratification  
linéaire



# Pulsation de Brunt-Väisälä



Brunt



Väisälä

$(\rho_0 - \rho(z)) \vec{g}$   
 Compétition entre  
*gravité and flottabilité*

$$N^2 = -\frac{g}{\bar{\rho}} \frac{d\bar{\rho}}{dz}$$

Densité plus faible

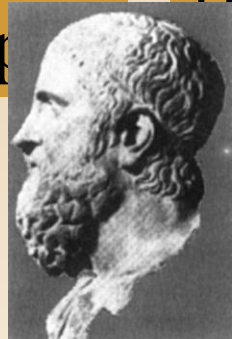
$\rho < \rho_0$

$\rho = \rho_0$

$\rho > \rho_0$

Densité plus forte

Exemp



Période

Océan → 30 min

laboratoire → 10 s



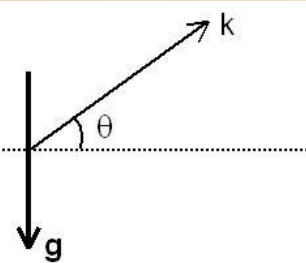
- Oscillations lentes
- Propagation d'ondes

# Equation d'onde inhabituelle

$$(\partial_{xx} + \partial_{zz}) u_{tt} + N^2 u_{xx} = 0 \quad u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

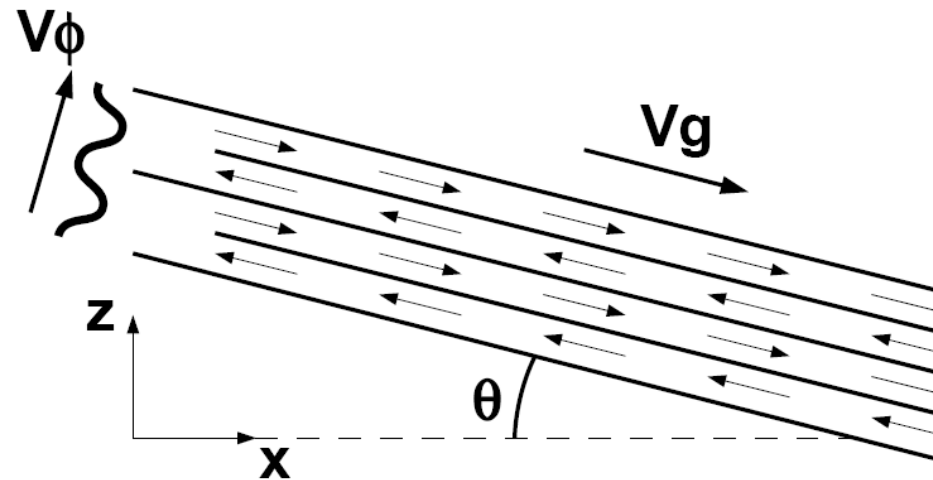
Différente de l' Relation de dispersion lembert:

$$\omega = \pm N \sin \theta$$

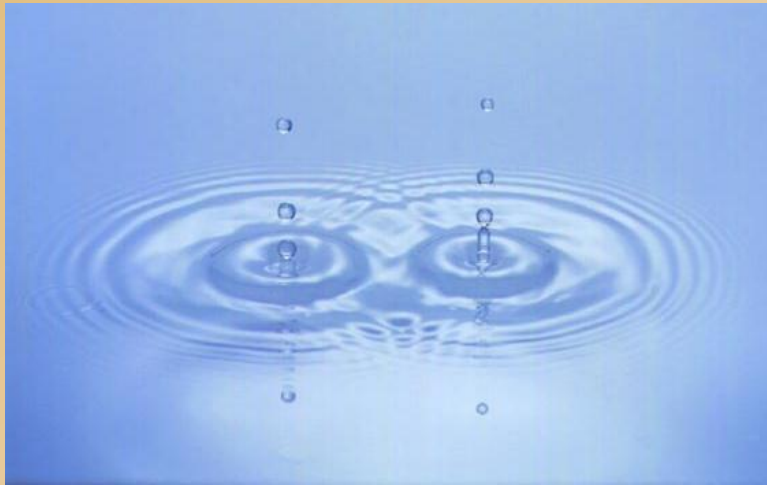


$$\omega = ck$$

- $\omega < N$
- Propagation anisotrope
- Vitesses de *phase* et de *groupe*  $\perp$
- Pas de sélection de la longueur d'ondes

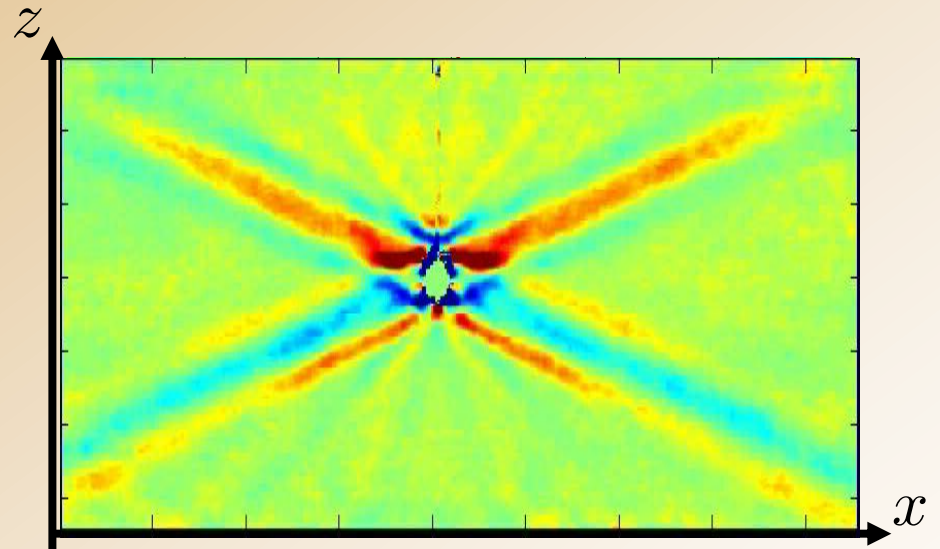


# Ondes de Surface



$$\omega = ck$$

# Ondes Internes



$$\omega = \pm N \sin \theta$$

Libre

← Direction de propagation →

Contrôlée par la pulsation

Contrôlée par la pulsation

← Longueur d'onde →

Libre

Parallèle

← Vitesses de groupe et de phase →

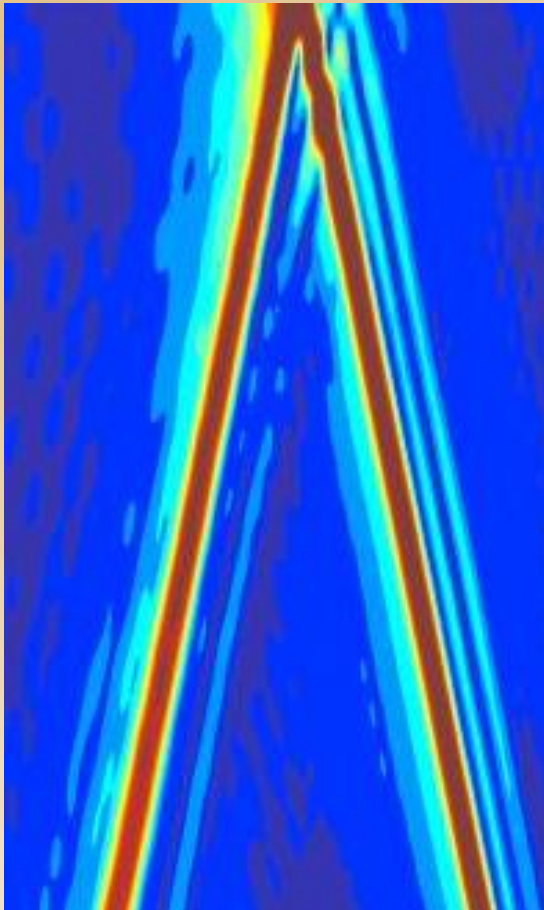
orthogonale

# Propagation des ondes internes

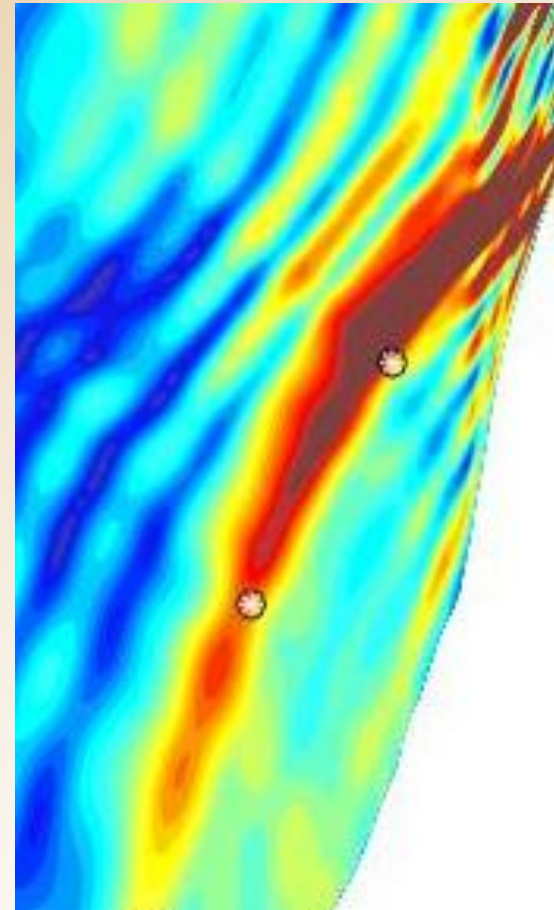
$N$  constant

$$\omega = \pm N \sin \theta$$

$N$  varie



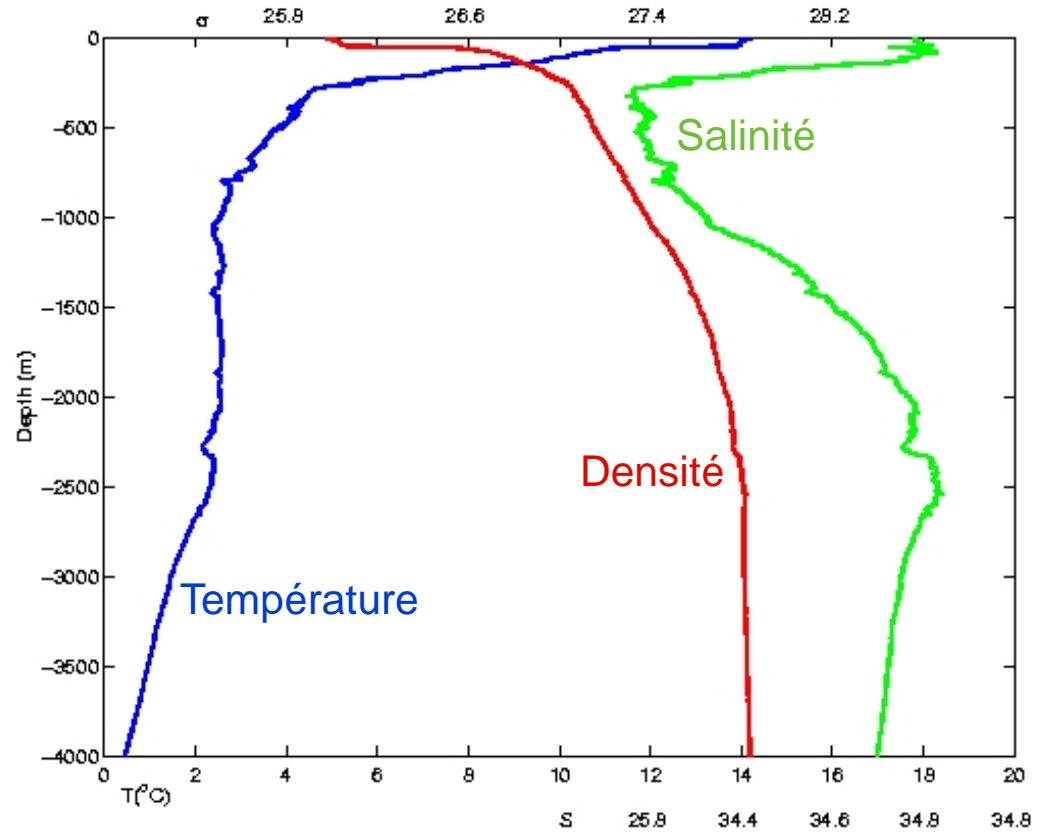
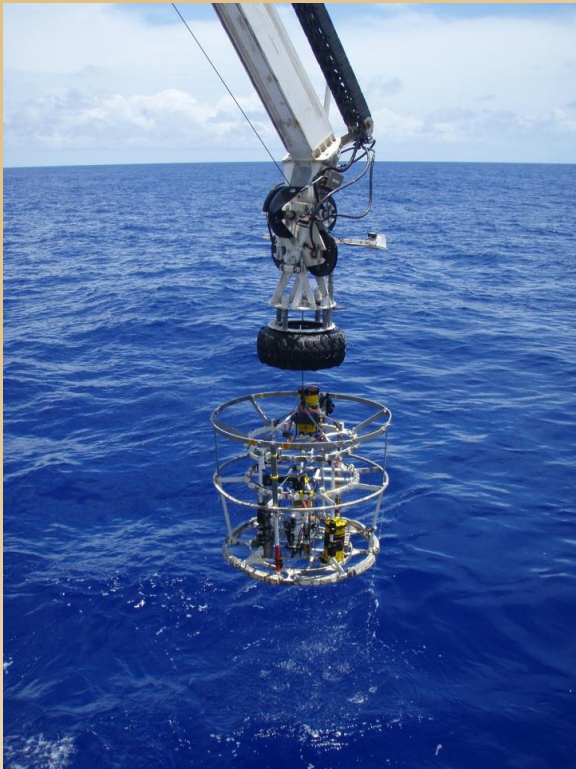
Propagation linéaire



Propagation Nonlinéaire

# Les ondes internes dans le monde réel

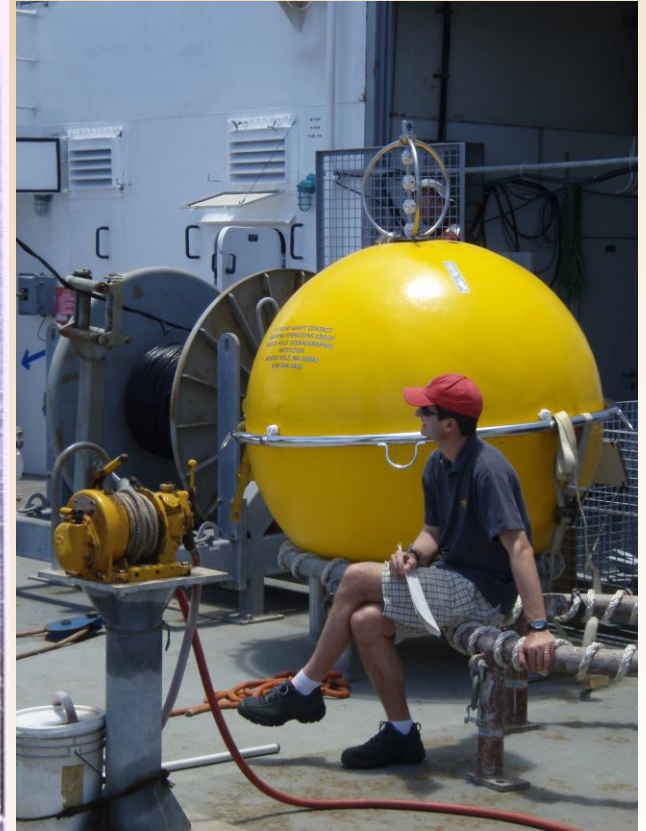
# Profil de densité typique



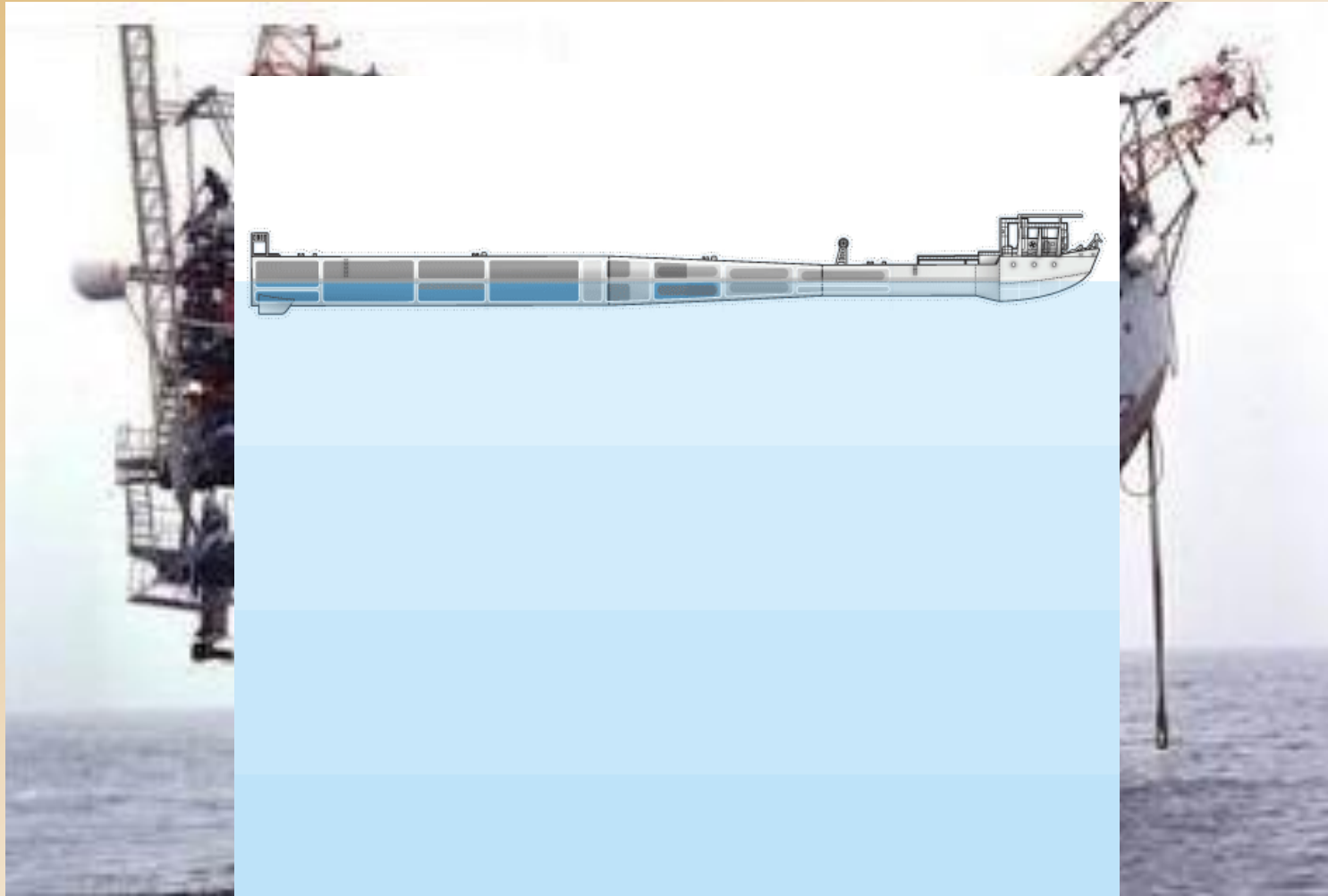
Mai 2011, 1000km au sud d'Hawaï.

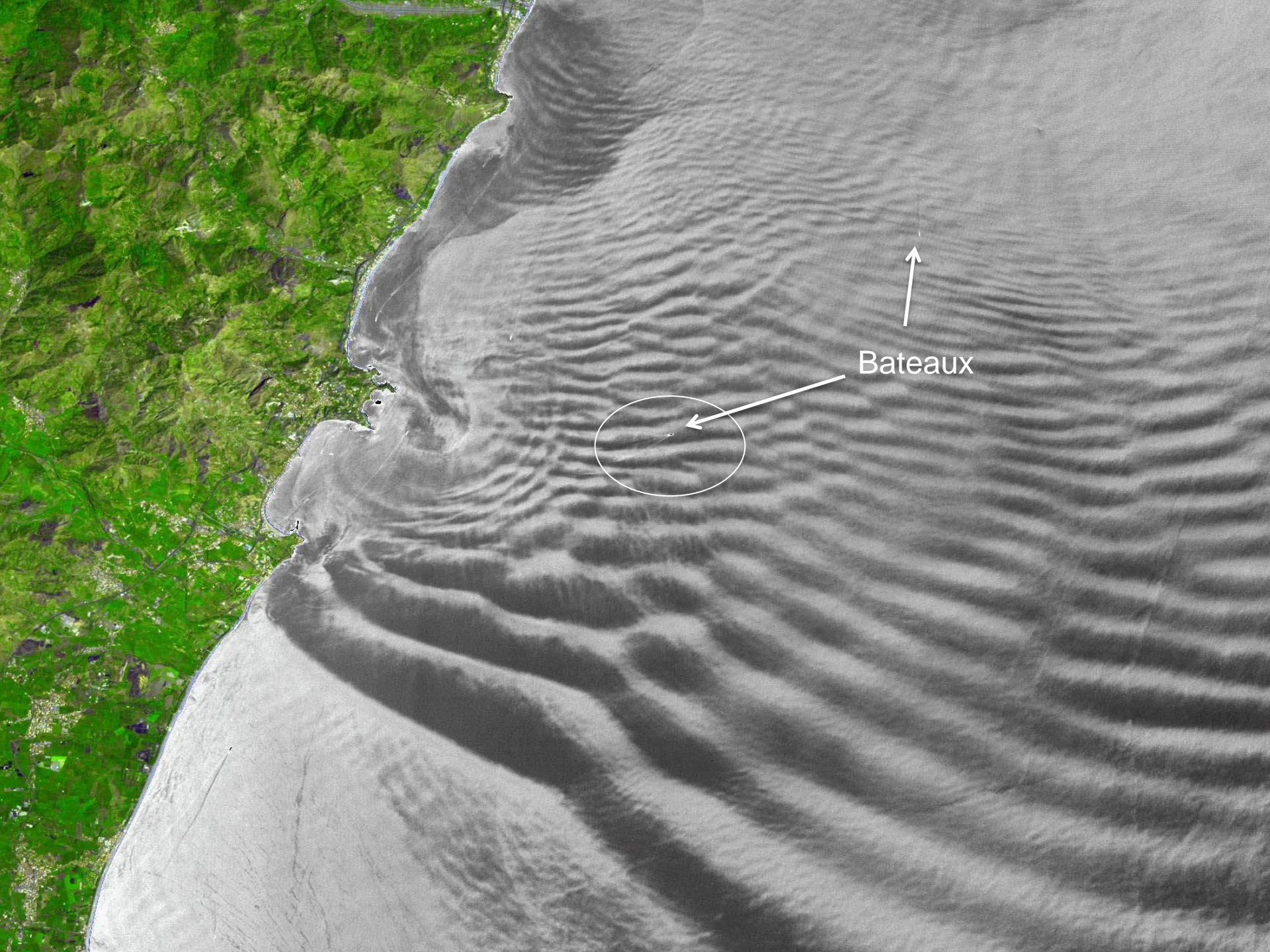


# Expédition océanographique



# FLIP: Floating Instrument Platform

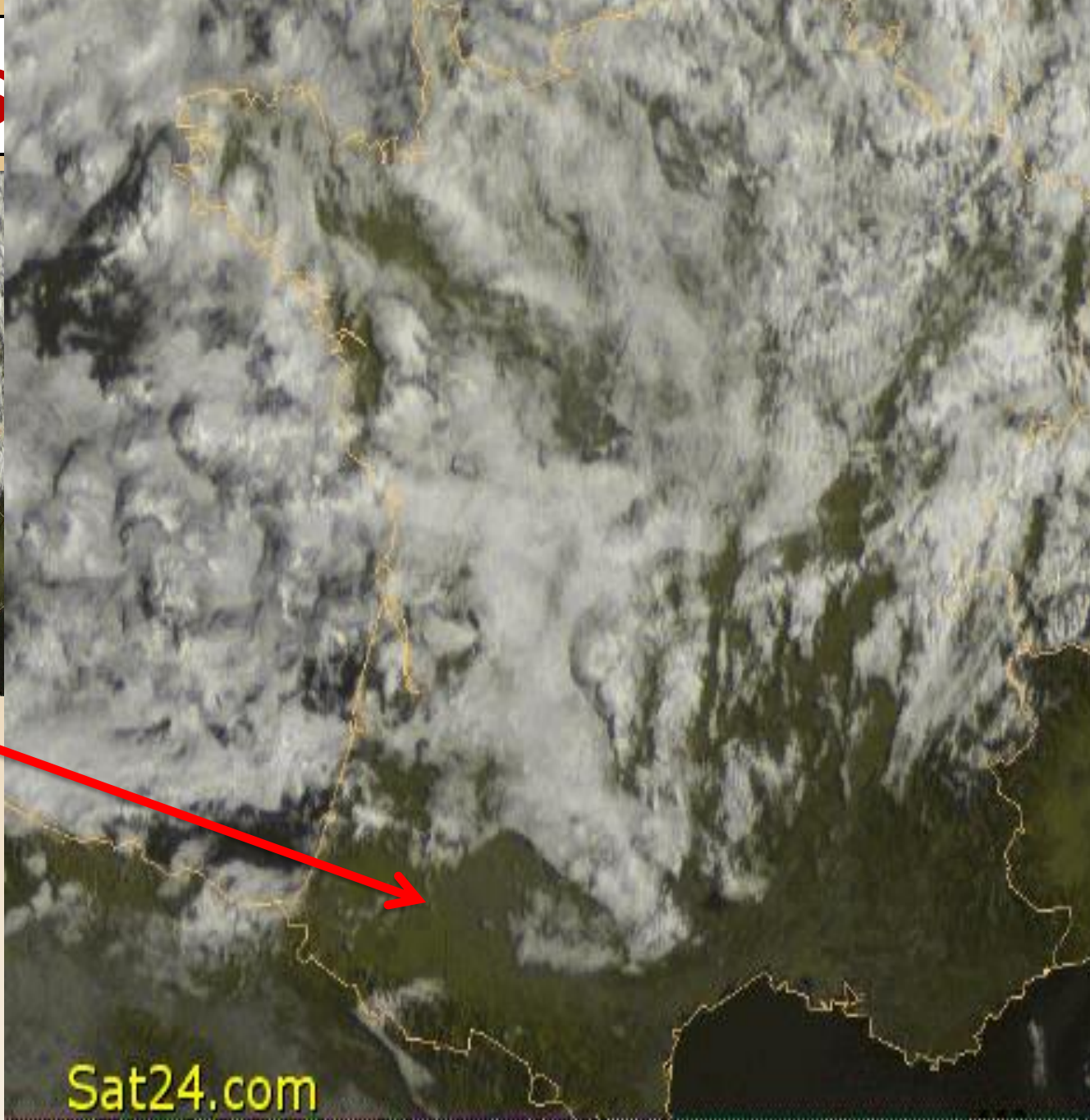




Bateaux

# Cas

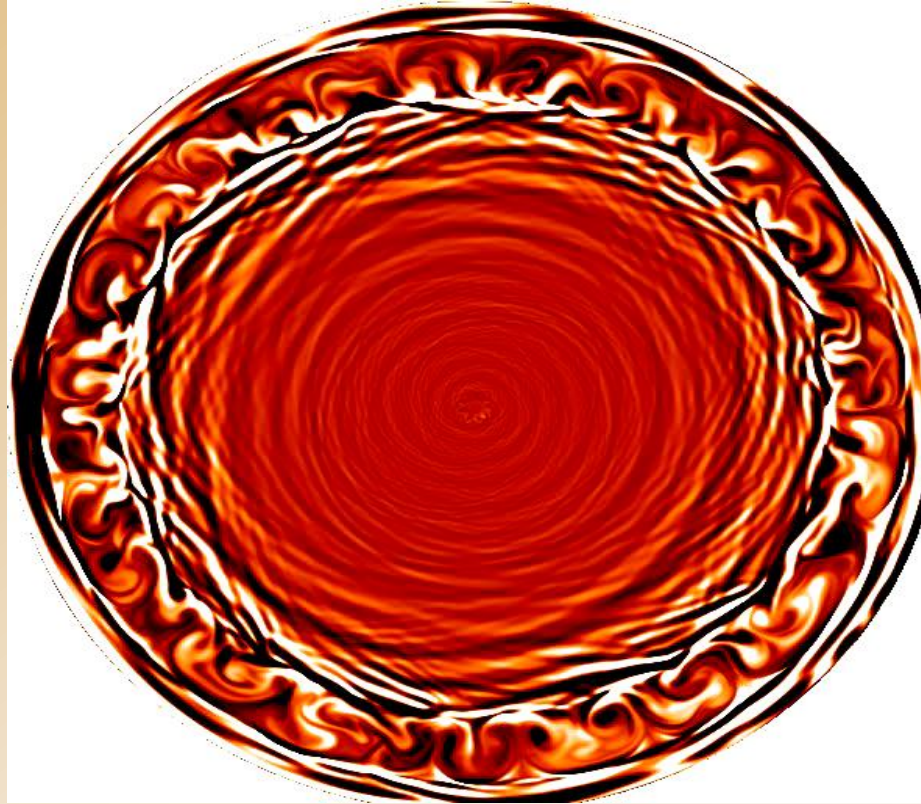
09:00 (07:00 UTC)



# Cas de l'atmosphère



# Cas des étoiles



Tamara Rogers, Arizona University

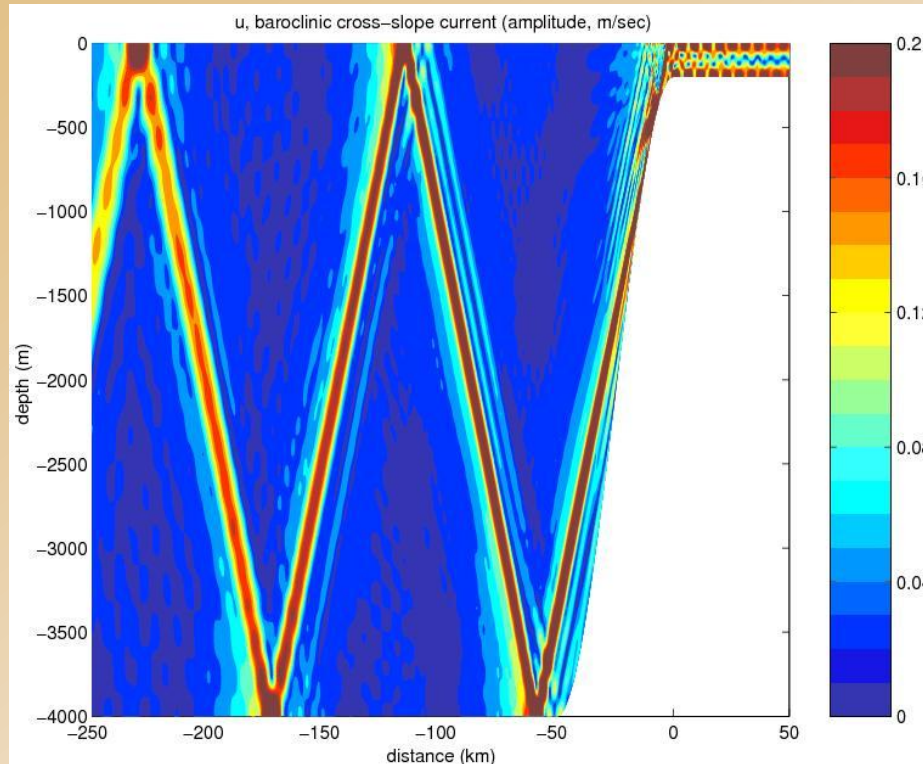
# Cocktails



Comment les ondes internes sont elles  
créées dans les océans?



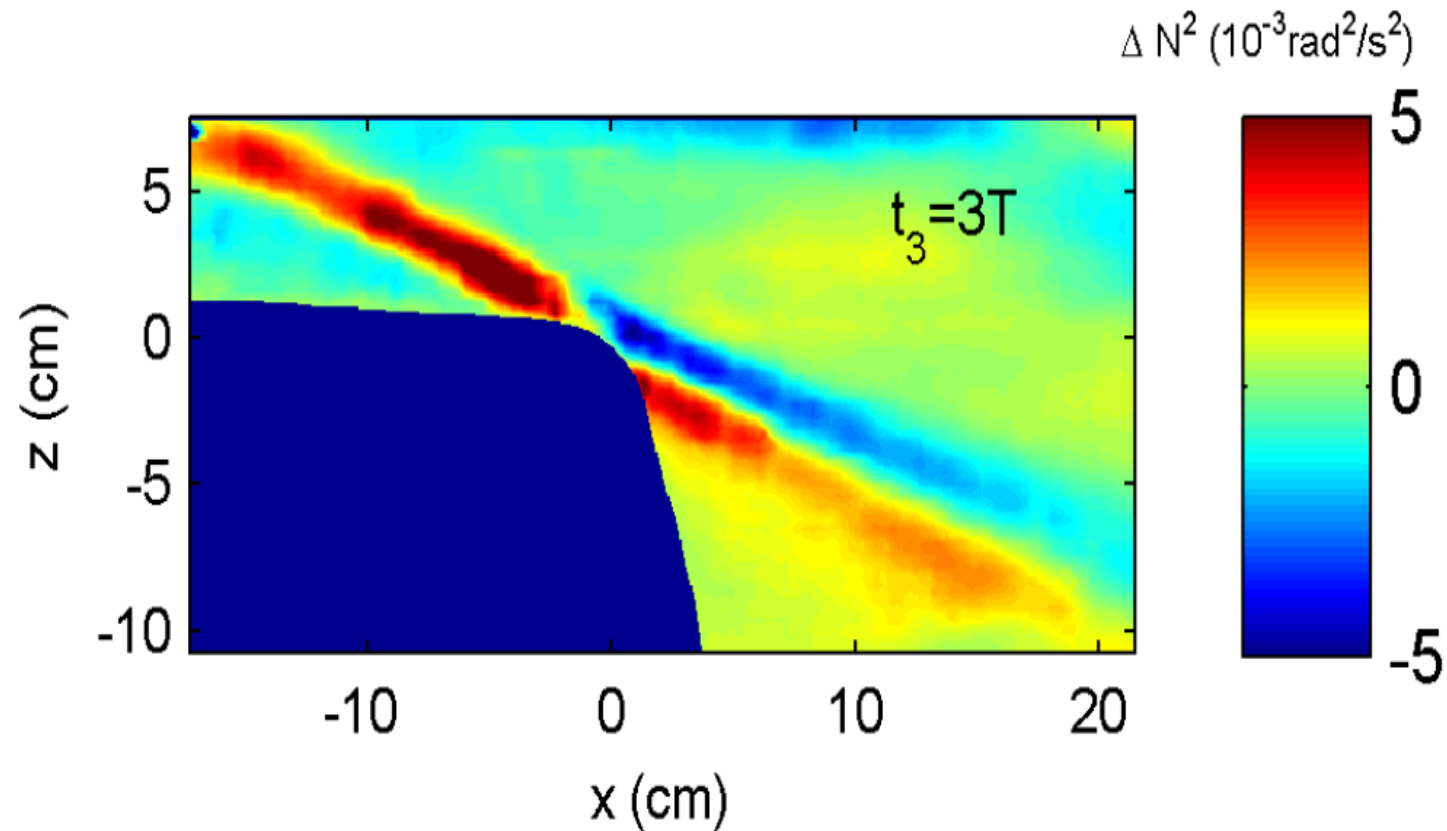
# Simulation Numérique



Maugé & Gerkema (2006)

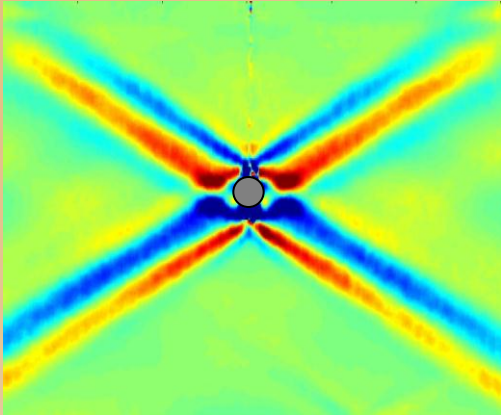
- Emission d'une *Marée interne* près de la région de pente critique.
- Propagation de l'énergie le long de faisceaux vers l'océan.
- Séries de réflexions entre le fond marin et la surface.

# Emission de marée interne sur une pente continentale

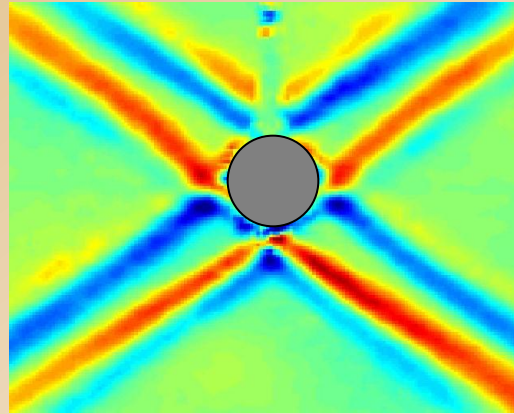


# Emission à partir de corps oscillants

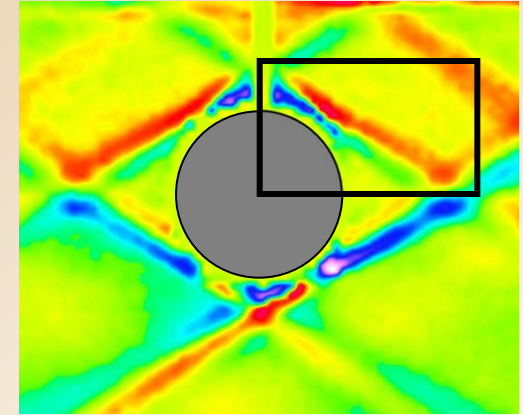
Angle critique



$R=1.5$  cm



$R=3$  cm



$R=4.5$  cm

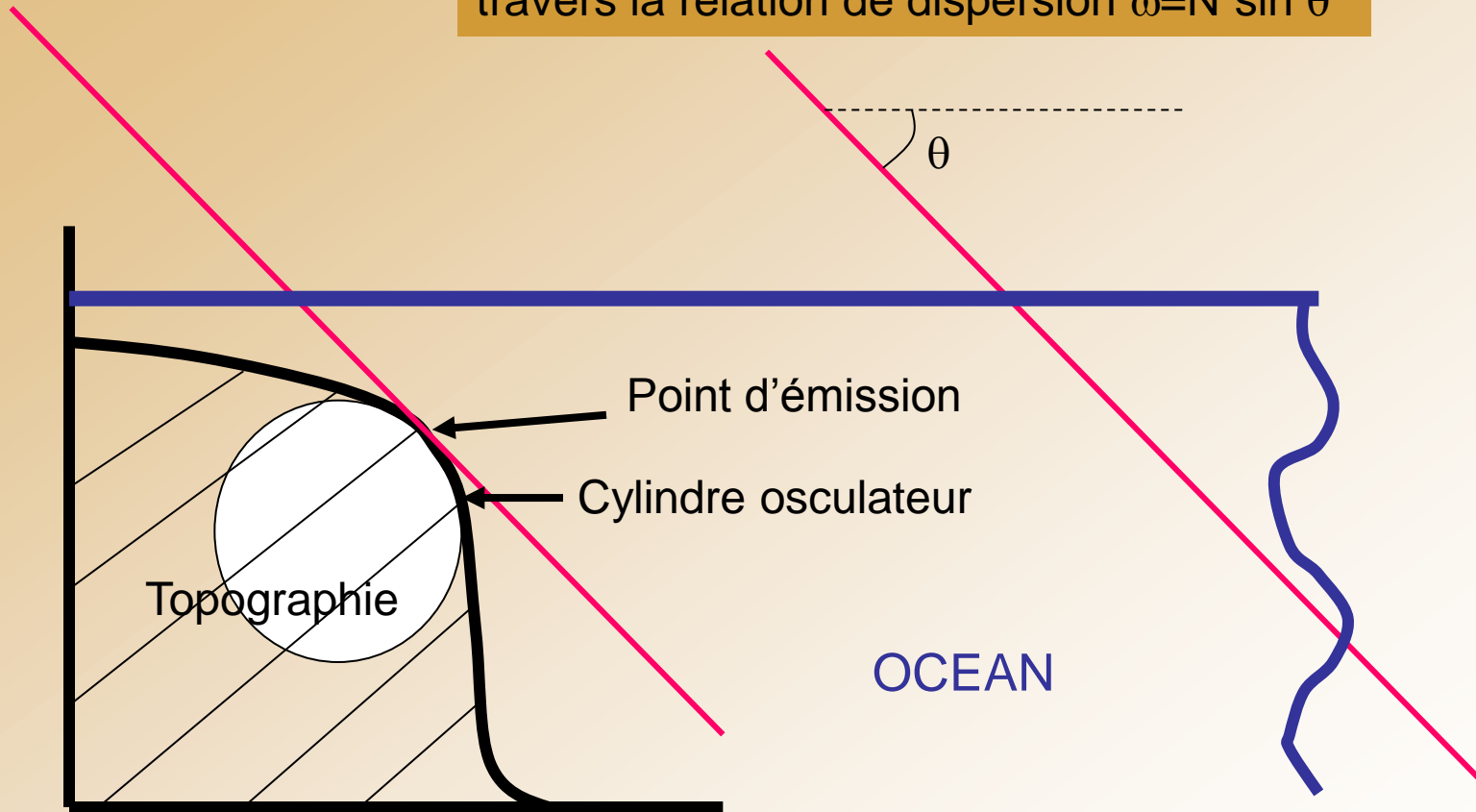
Expériences de laboratoire (Schlieren synthétique)

Analogie entre

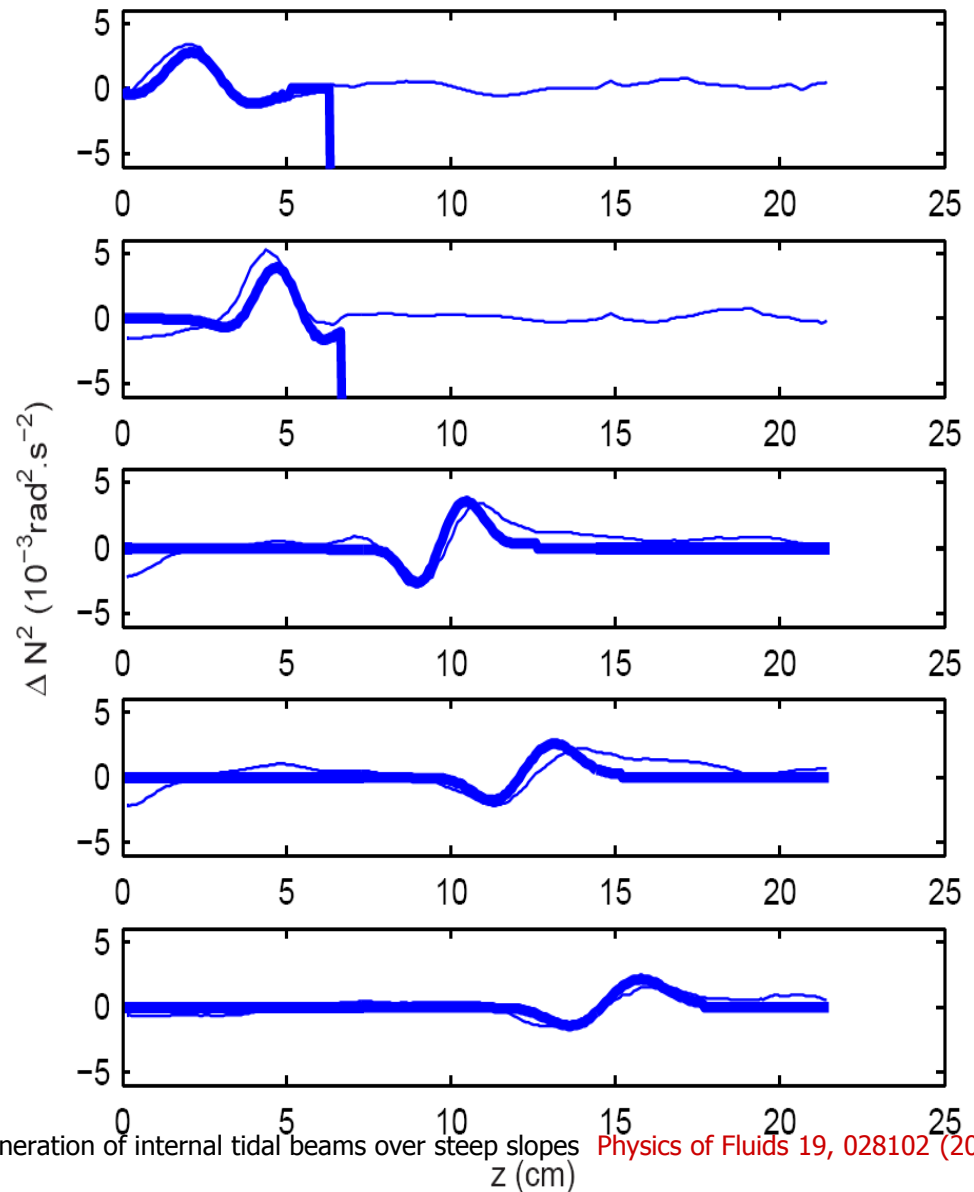
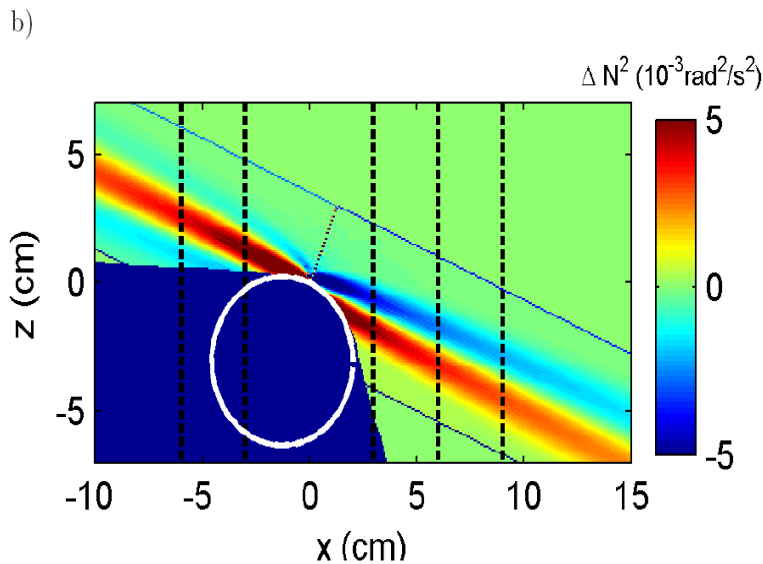
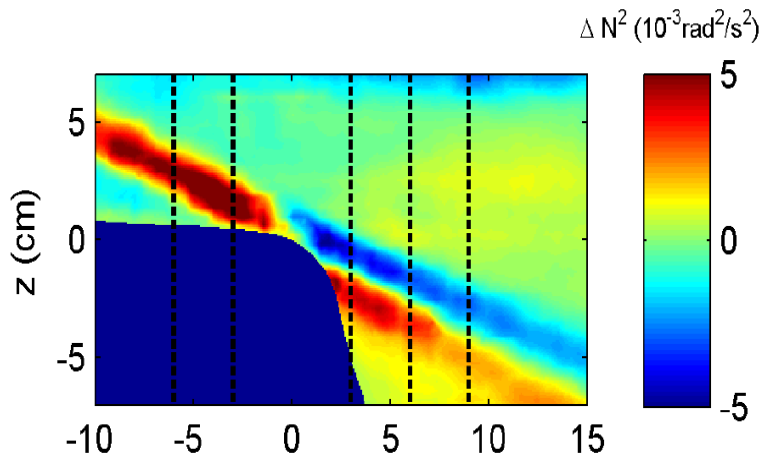
- Topographie *statique* de courbure locale  $R$  dans un fluide *oscillant*
- Cylindre *oscillant* de rayon  $R$  dans un fluide *statique*

# Emission de marée interne sur une pente continentale

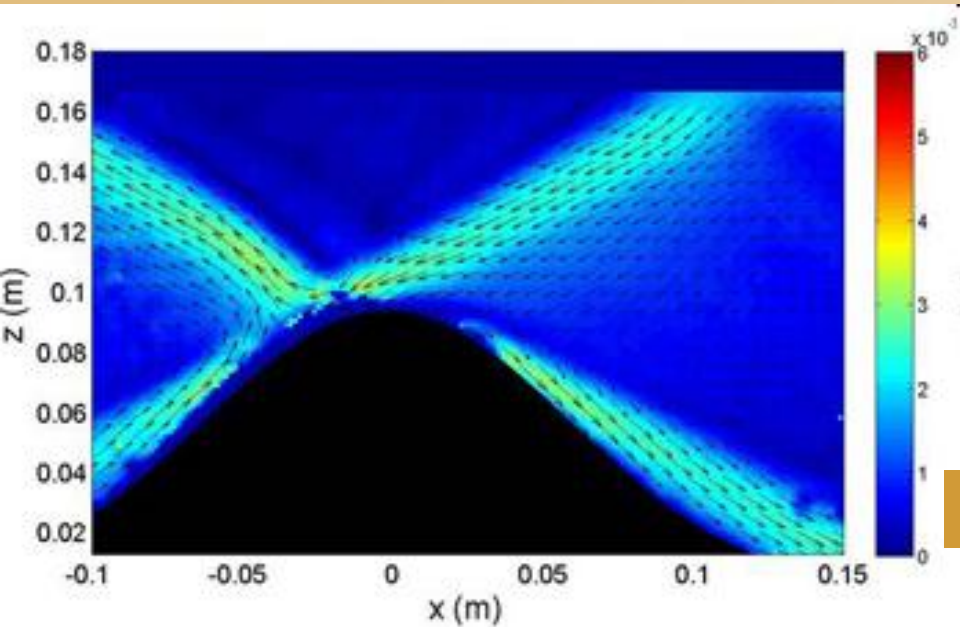
Pulsation des marées définit un angle à travers la relation de dispersion  $\omega = N \sin \theta$



# Comparaison Théorie/Expérience



# Prolongations

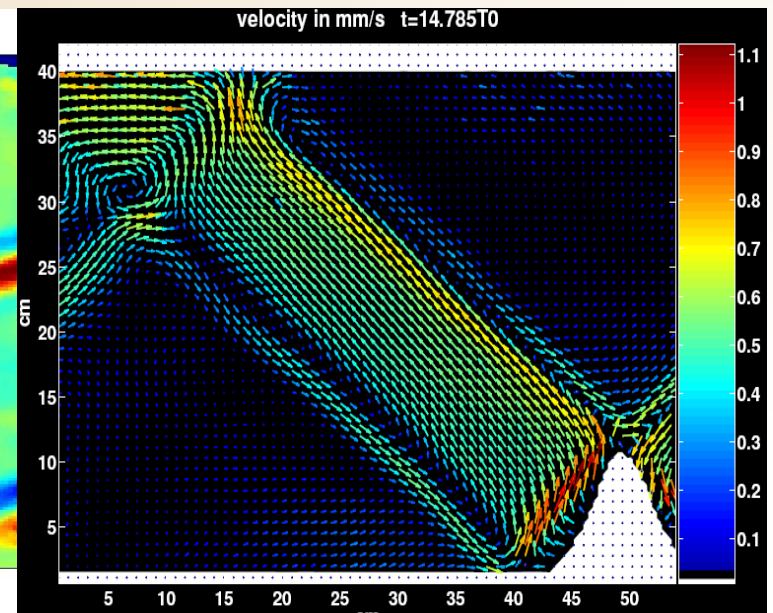
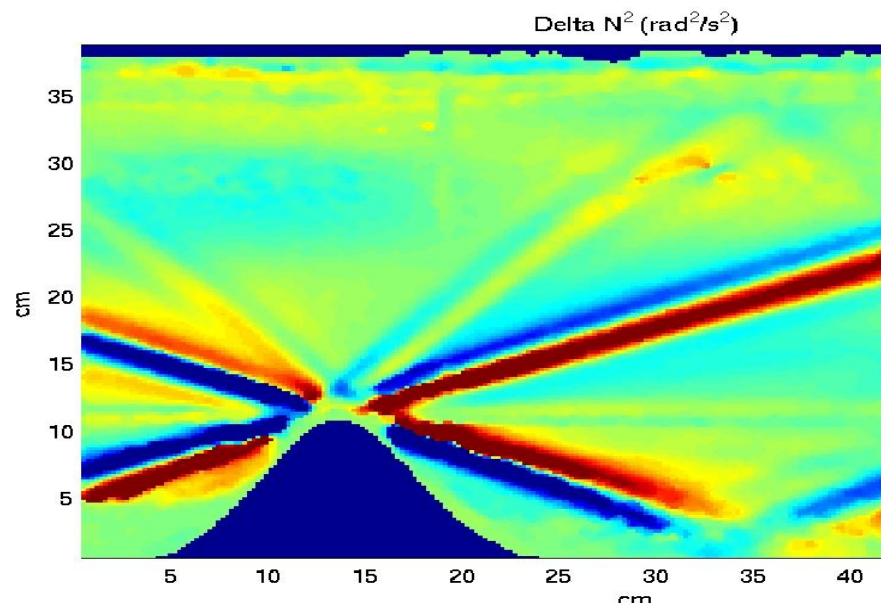


MIT, Boston

T. Peacock, P. Echeverri & N.J. Balmforth,  
J. Phys. Ocean., 38, 235 (2008).

A. Paci, J. Flor, Y. Dosman, F. Auclair (2009)

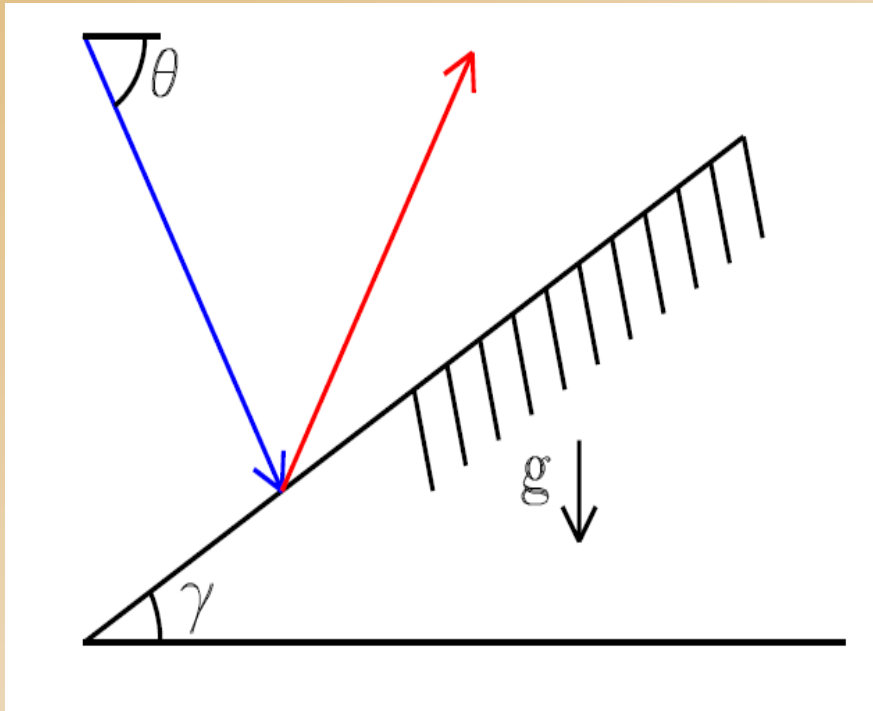
Météo-France, Toulouse



Réflexion des ondes internes :  
Le *mystère* de l'angle critique

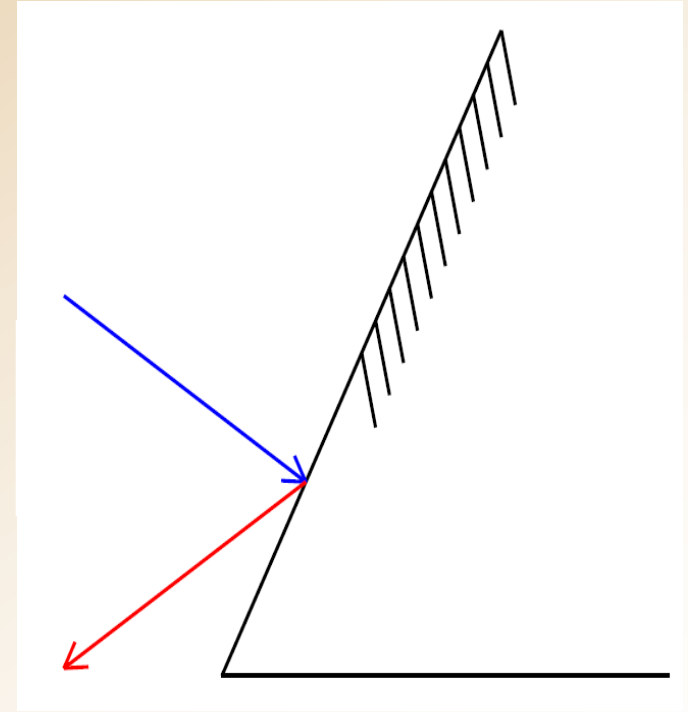
# Réflexion des ondes internes: un vieux Paradoxe

Vers le haut



$$\theta > \gamma$$

Vers le bas

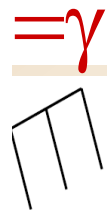
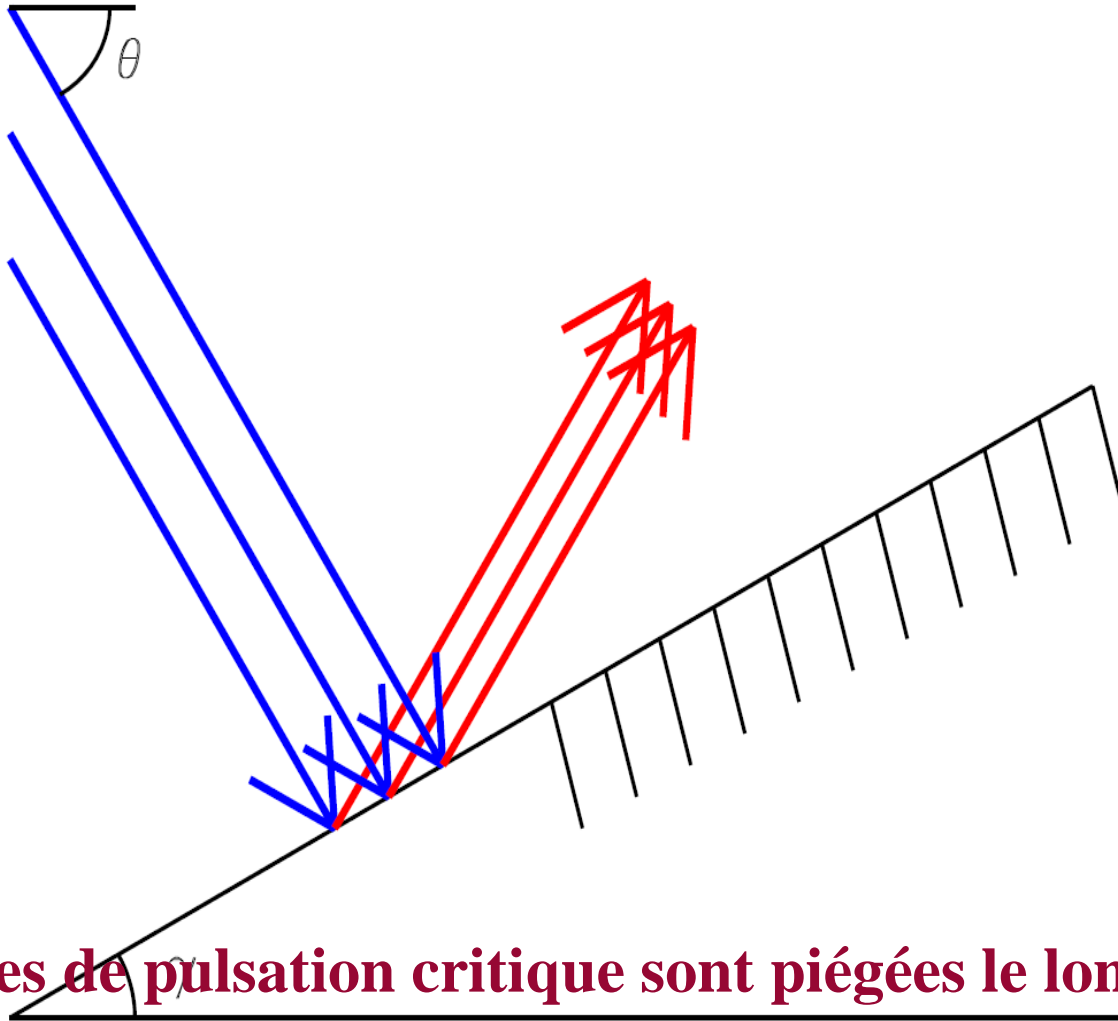
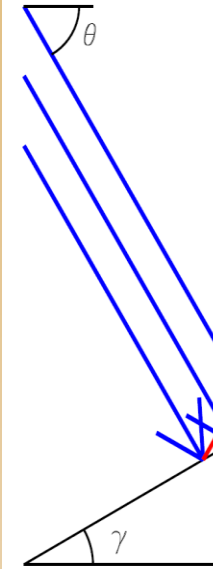


$$\theta < \gamma$$

Angle critique:  $\theta = \gamma$



# Réflexion: du rayon au faisceau



- Focalisat
- Mécanism
- transfert d
- petites éch

e  
nonlinéaires ?

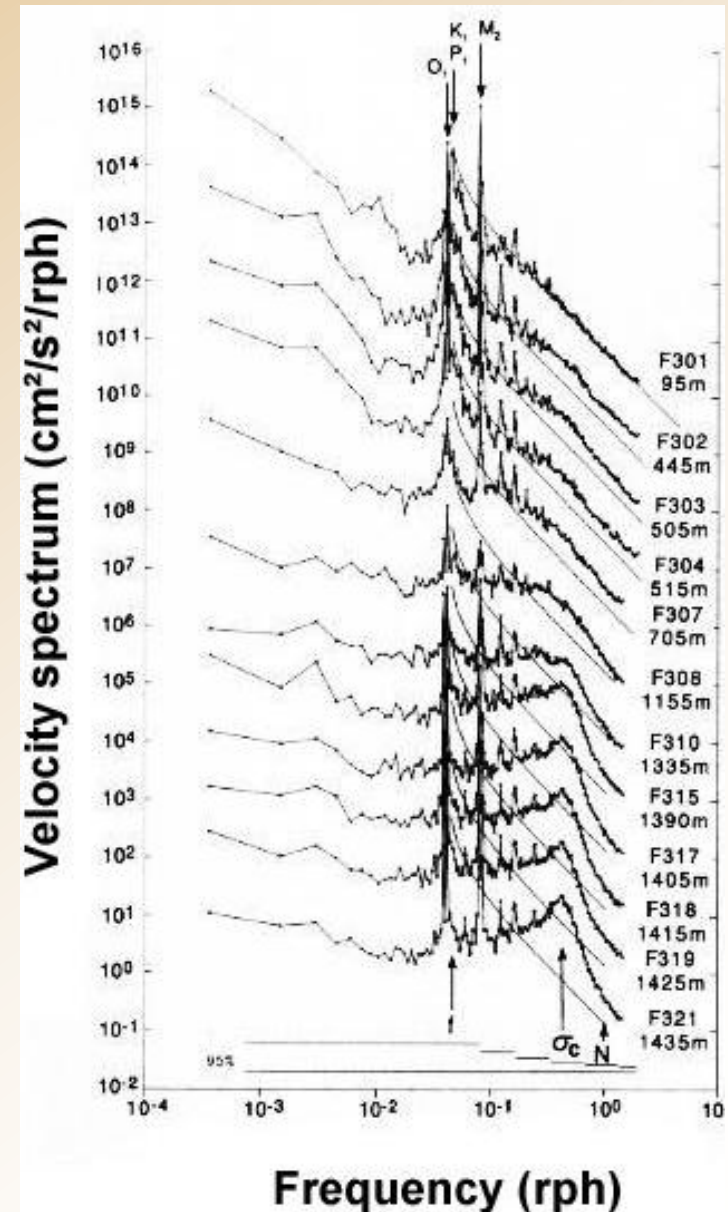
**Les ondes de pulsation critique sont piégées le long de la pente**

**16 !**

# Observations dans l'océan

- 1966 *Sandström* Pente de Bermude
- 1982 *Eriksen* Pacifique Nord
- 1993 *Gilbert* N<sup>lle</sup> Ecosse
- 1998 *Eriksen* Fiberlyng Guyot

Le spectre de vitesse au dessus d'une pente inclinée ( $\gamma=26^\circ$ ) a un pic énergétique correspondant à la fréquence critique.



# Premières remarques théoriques

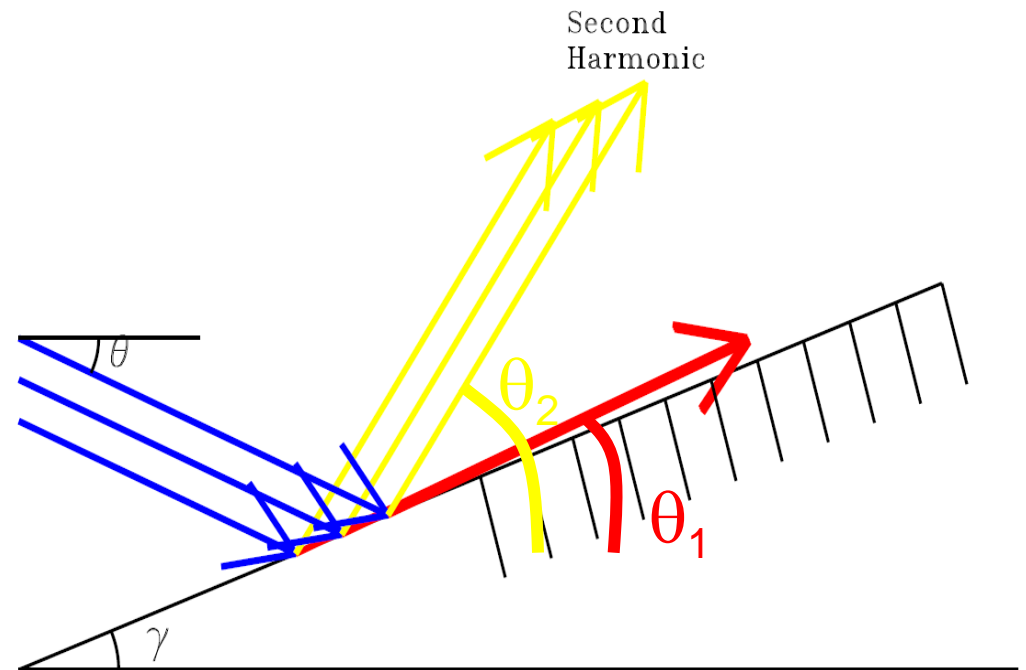
1) La vitesse de groupe s'annule à l'angle critique

➡ Il faut un temps *infini* pour atteindre le paradoxe !

2) Création d'une seconde harmonique qui se propage avec un angle différent

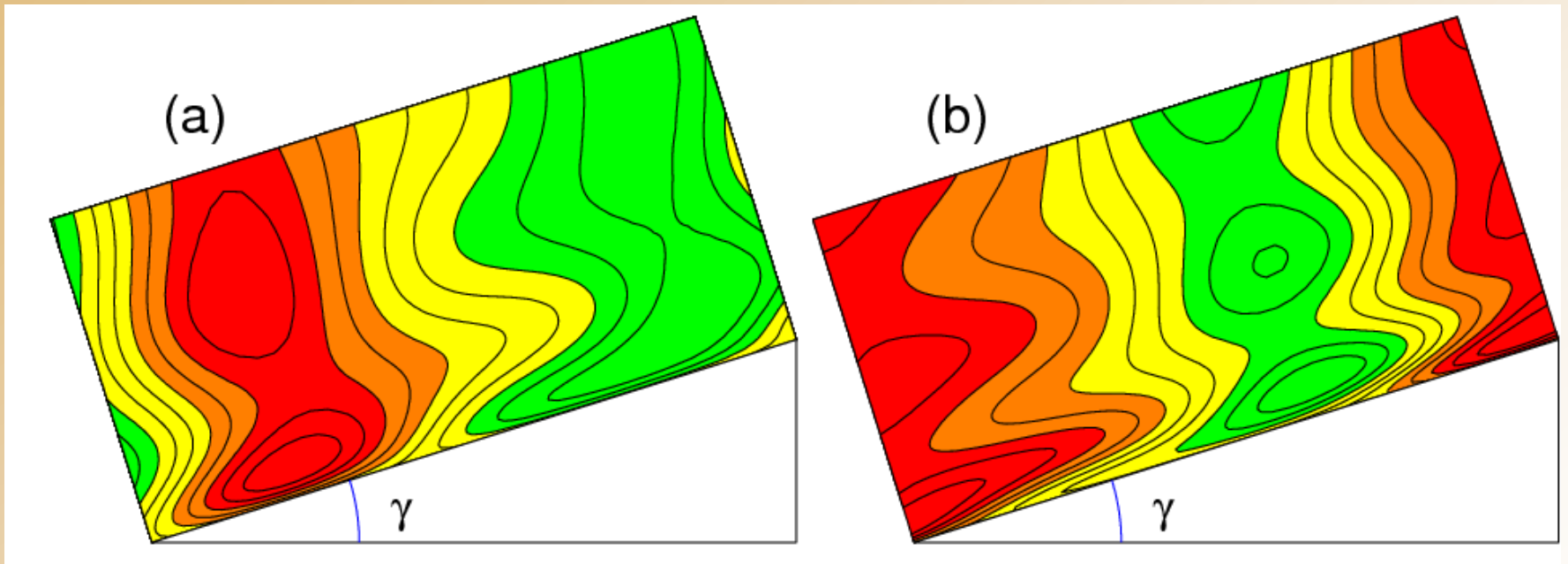
$$\omega_2 = 2\omega_1 = 2(N \sin \theta_1) \\ = N \sin \theta_2$$

$$\theta_n = \arcsin(n \sin \theta_1)$$



*Transitoire et Nonlinéarité* sont très importants

# Solution analytique (Dauxois & Young JFM)



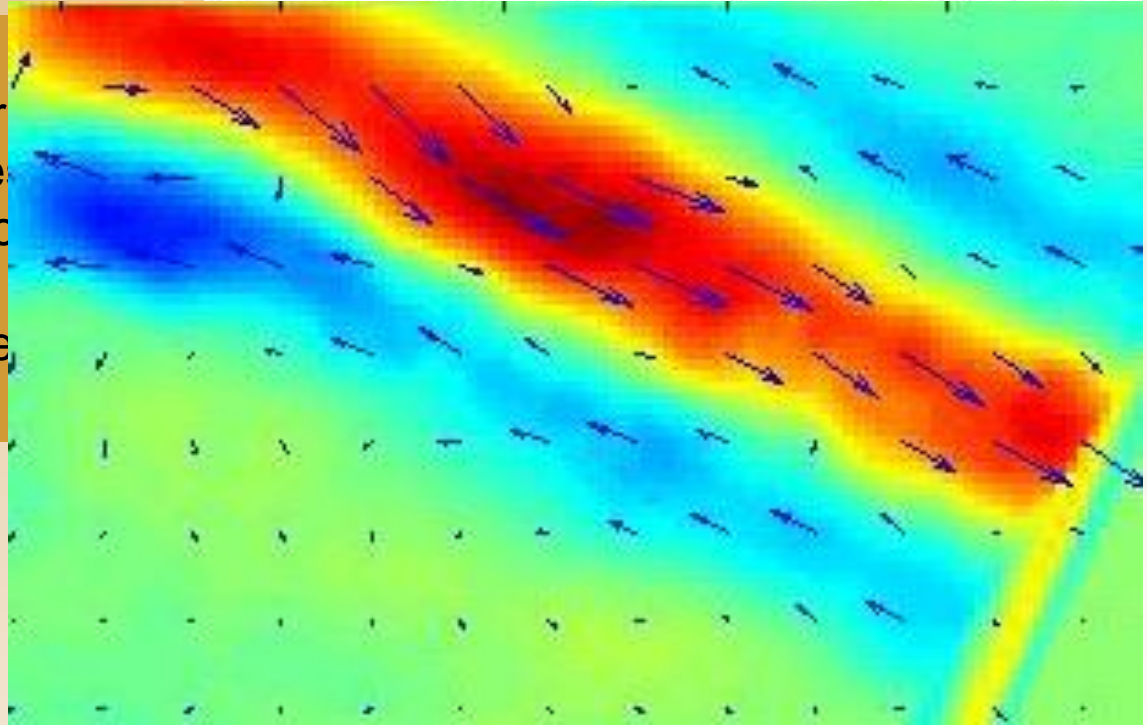
Création d'un réseau de tourbillons le long de la pente



Comment observe-t-on les ondes internes dans un laboratoire ?

# Technique de Particle Image Velocimetry (PIV)

- Fluideensemencé de particules polystyrène de 400 $\mu\text{m}$  de diamètre
- Particules de densités différentes
- Surfactant pour éviter l'agrégation
- Particules = traceurs passifs
- Mouvement 2d visualisé par une tranche laser verticale

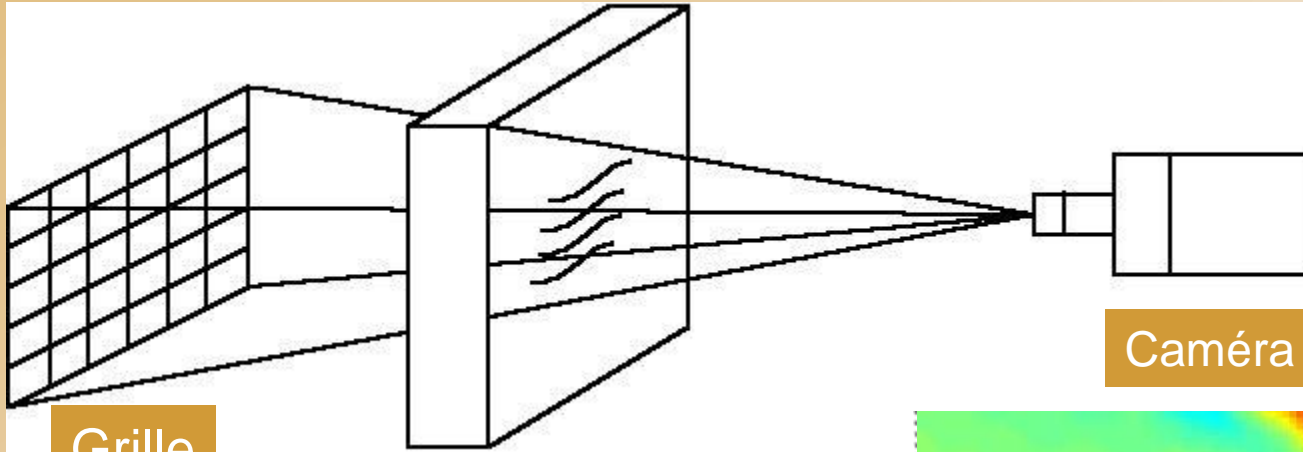


-Fincham & Delerce, Exp. Fluids 29, 13 (2000)  $\rightarrow$  CIV  
-Meunier & Leveque, Exp. Fluids 35, 408 (2003)  $\rightarrow$  DPIV



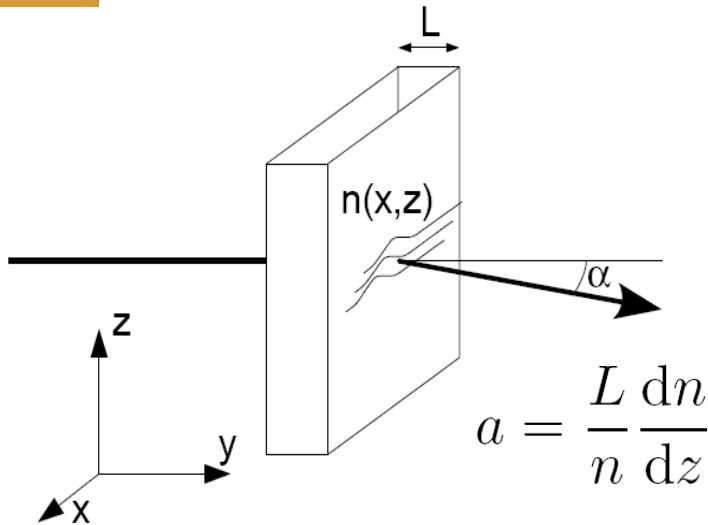
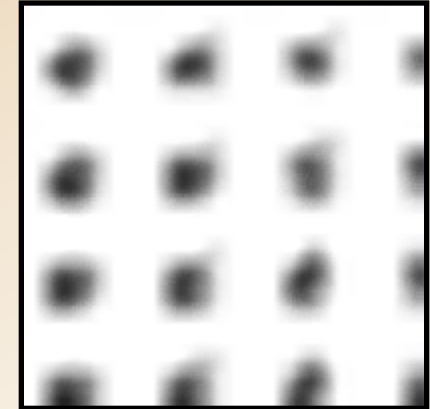
Mesures quantitative du champ de *vitesse*

# Technique de Schlieren synthétique

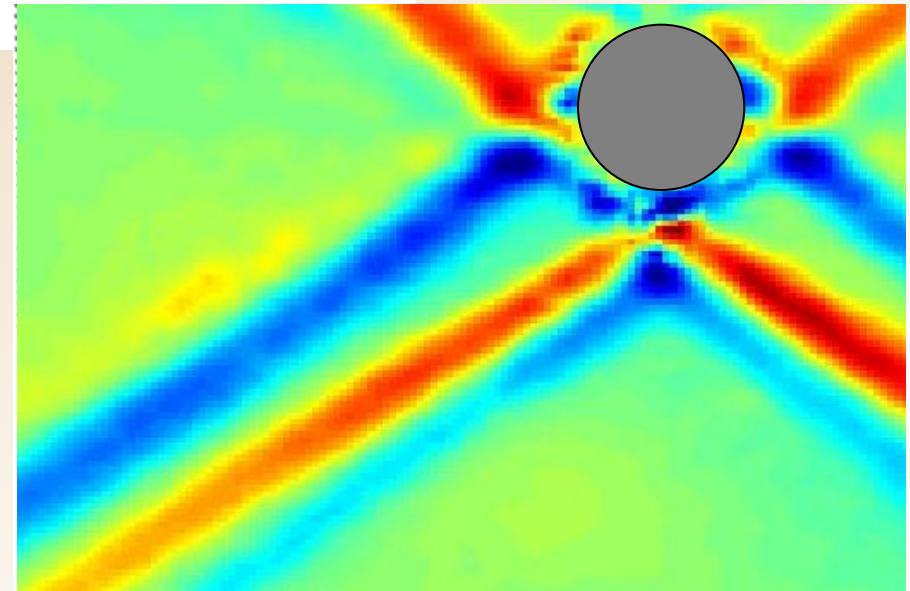


Caméra

Grille



$$a = \frac{L}{n} \frac{dn}{dz}$$



Mesures quantitatives du gradient de *densité*

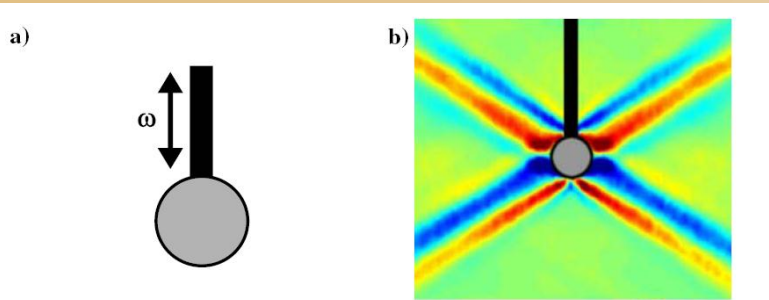


Comment crée-t-on les ondes internes  
dans un laboratoire ?

# Création d'ondes internes dans un laboratoire

## Cylindre oscillant

Görtler (1943), Mowbray & Rarity (1967), Peacock & Weidmann (2005),...

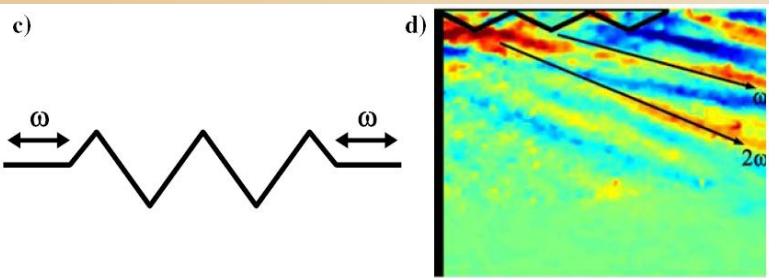


### Désavantages:

- Plusieurs faisceaux
- Largeur du faisceau  $\sim$  longueur d'onde

## Excitation avec un soufflet

Cacchione & Wunsch (1973), Teok et al (1973), Gostiaux et al (2006), ...

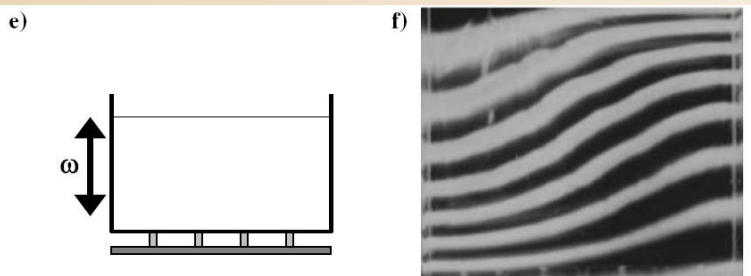


### Désavantages:

- Présence d'harmoniques
- Faisceau mal défini

## Instabilité Paramétrique

Benielli & Sommeria (1998)

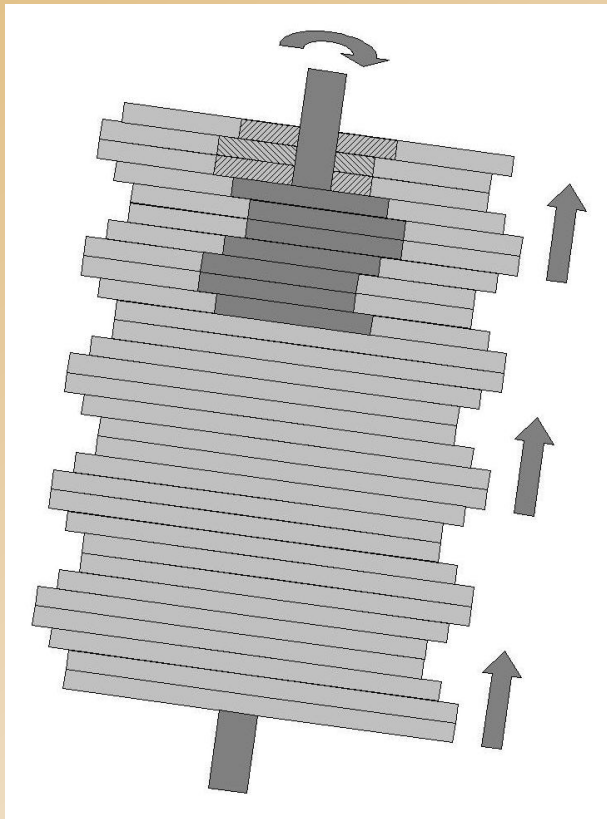


### Désavantages:

- Création dans tout le domaine

# Un nouveau générateur d'ondes internes

Plaques déplacées par une vis d'Archimède qui impose la position relative entre les plaques.



Vis d'Archimède

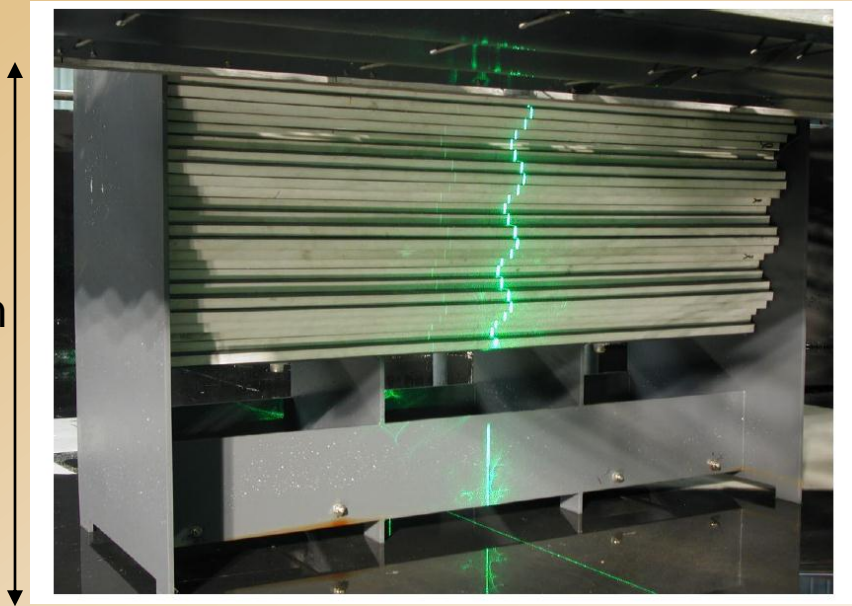


C'est la condition aux limites qui créent les ondes internes.

# Un nouveau générateur d'ondes internes

Version originale

150 cm



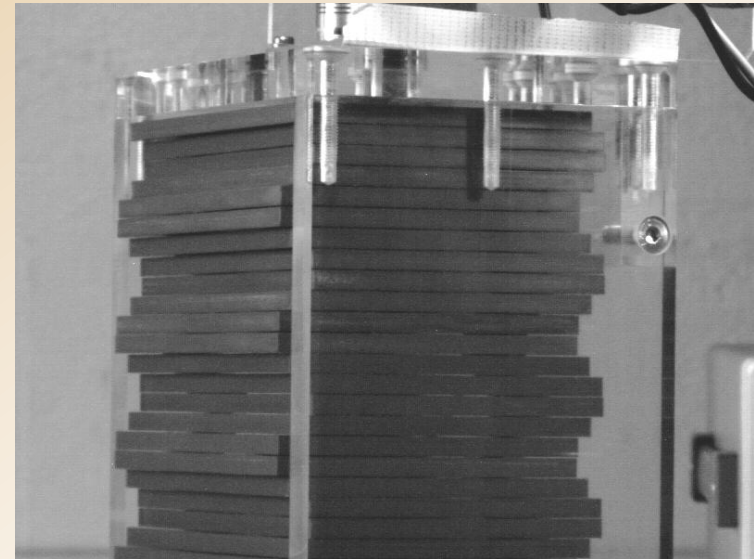
Longueur d'onde = 12 cm

→  $u \sim 1$  cm/s

10s < Période < 60s

Version de poche

14 cm



Longueur d'onde = 4 cm

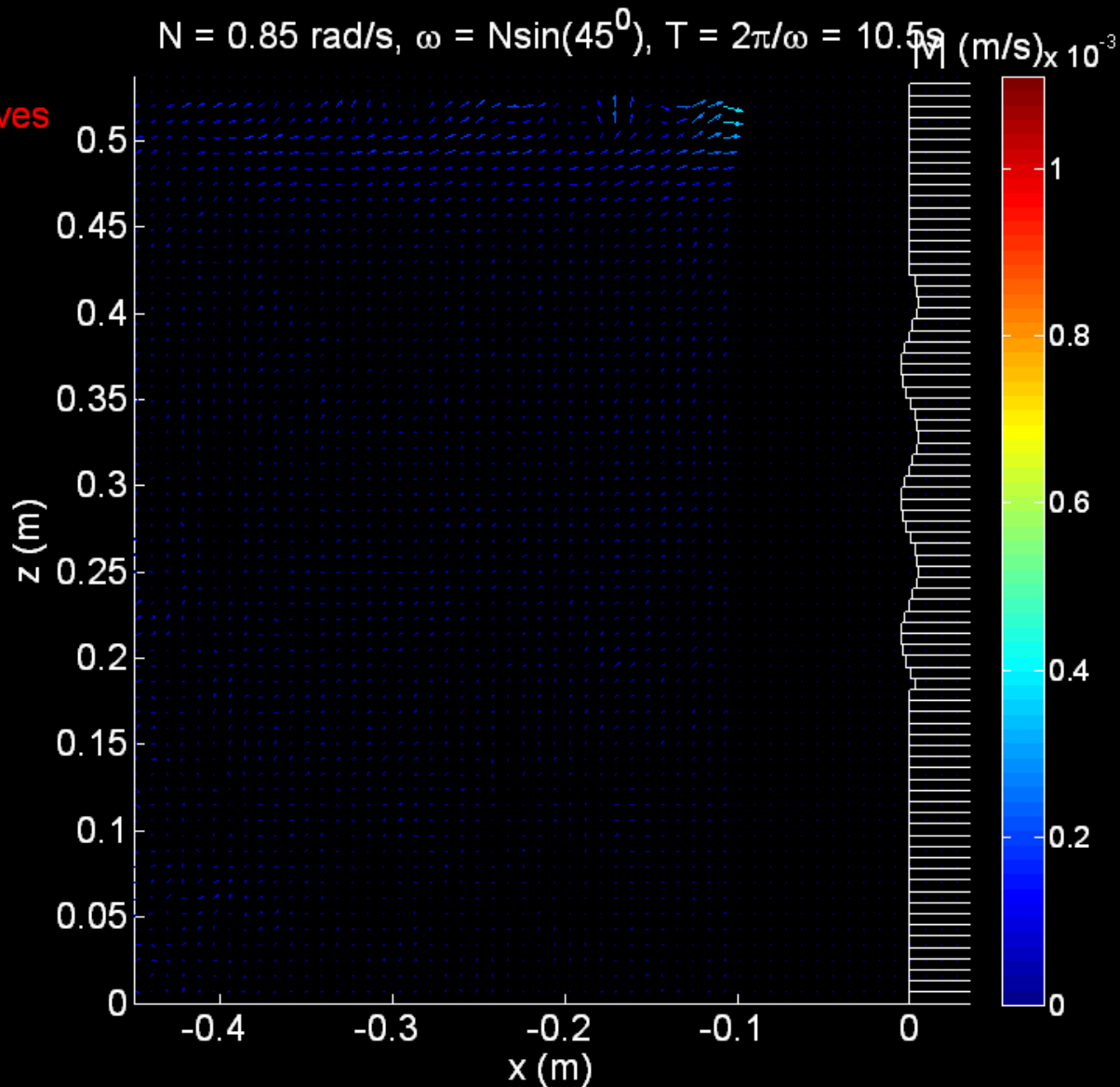
→  $u \sim 1$

mm/s

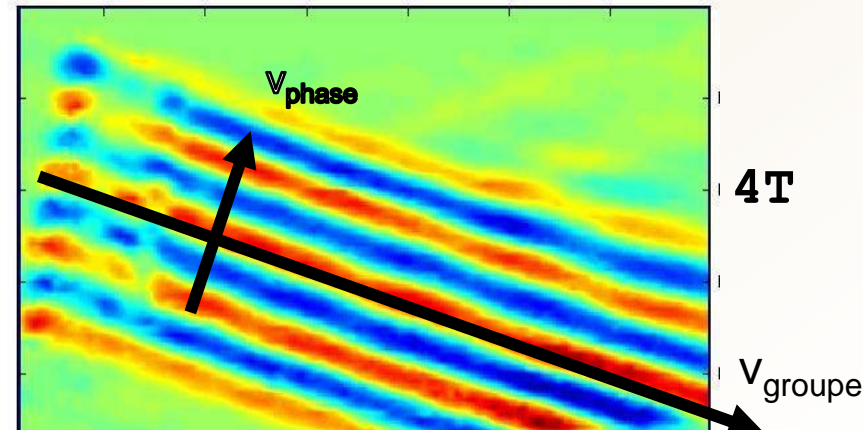
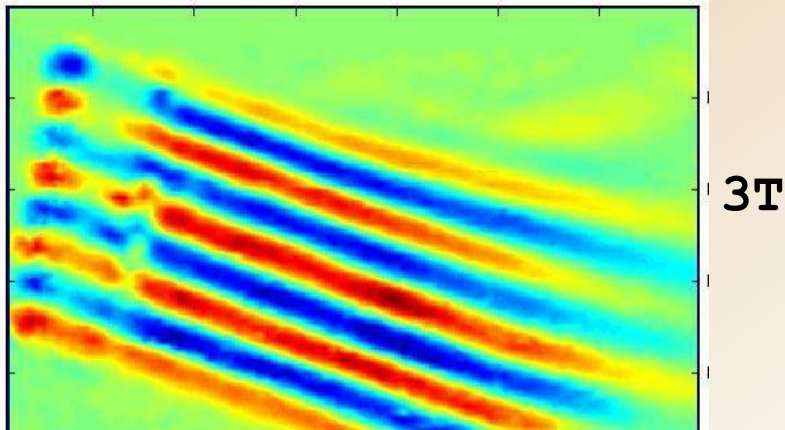
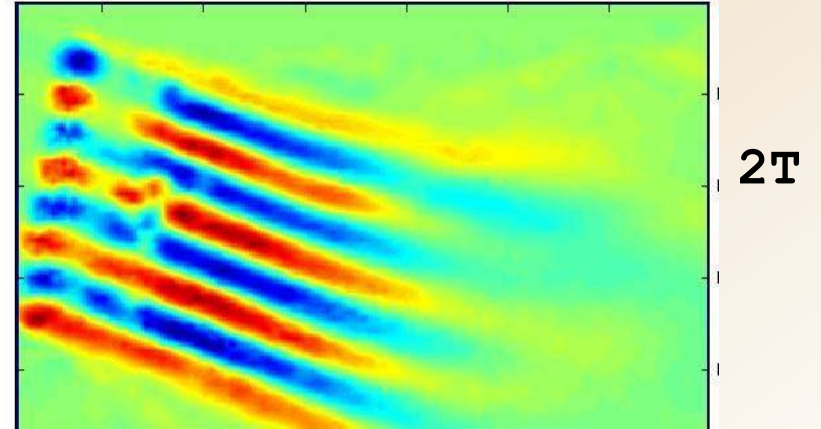
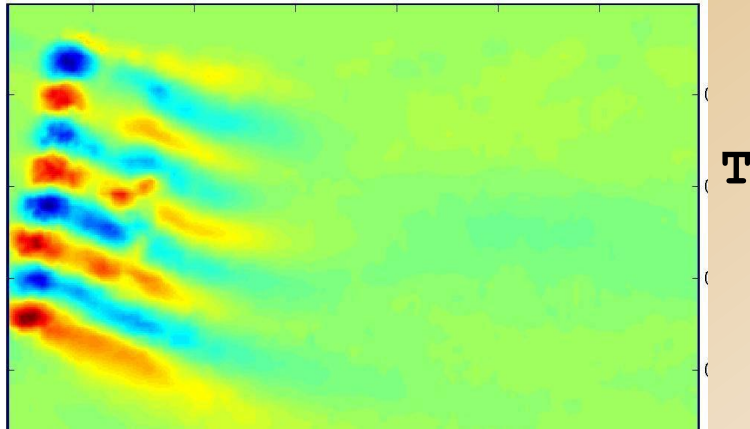
1s < Période < 60s

# 1) Generation of plane internal waves

Plane waves  
time = 0s



# Ondes internes *planes*



Avantages:

Et le profil est très modulable

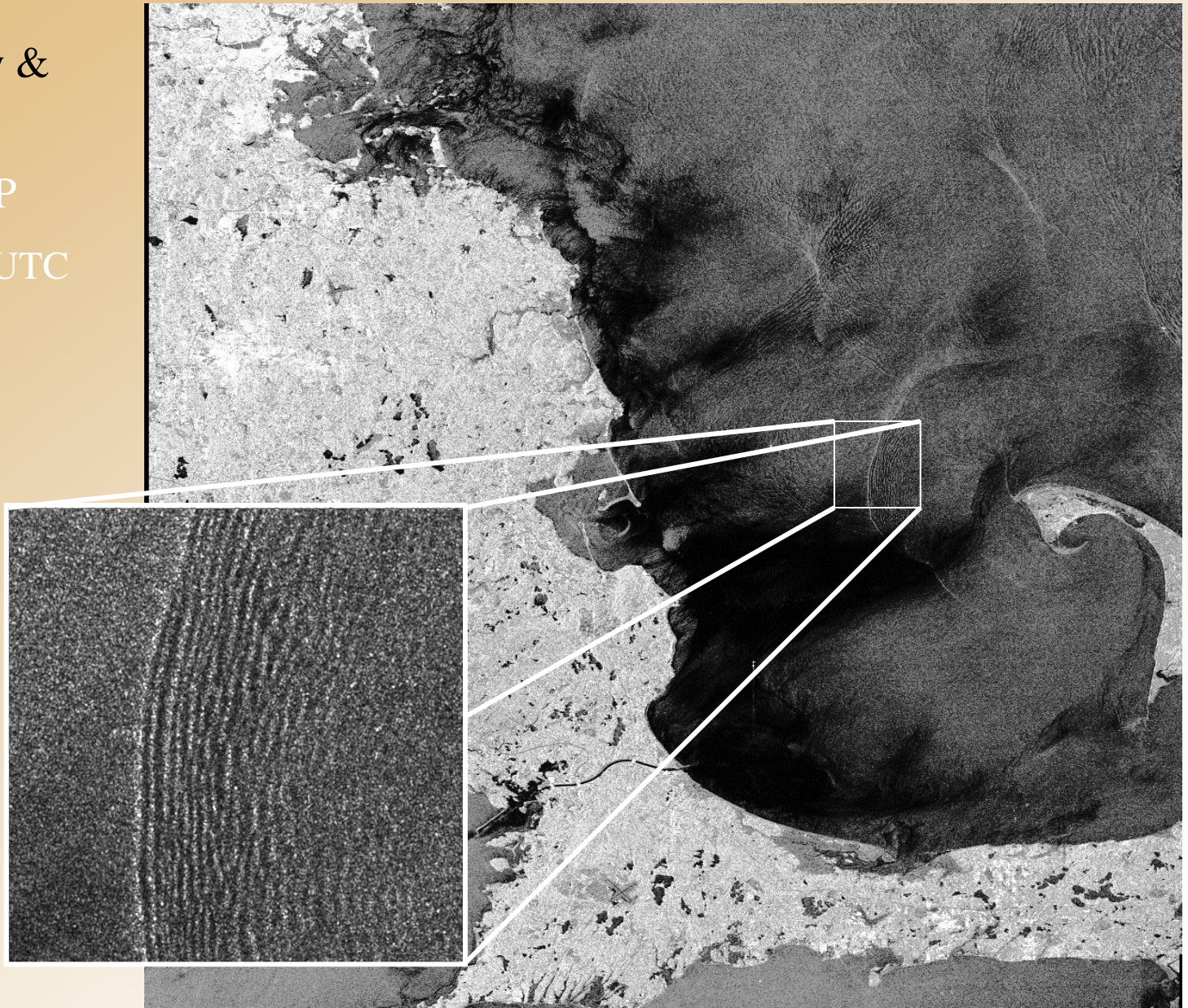
Emission de solitons lorsqu'une onde interne vient heurter la thermocline

# Solitons

Massachusetts Bay &  
Cape Cod Bay

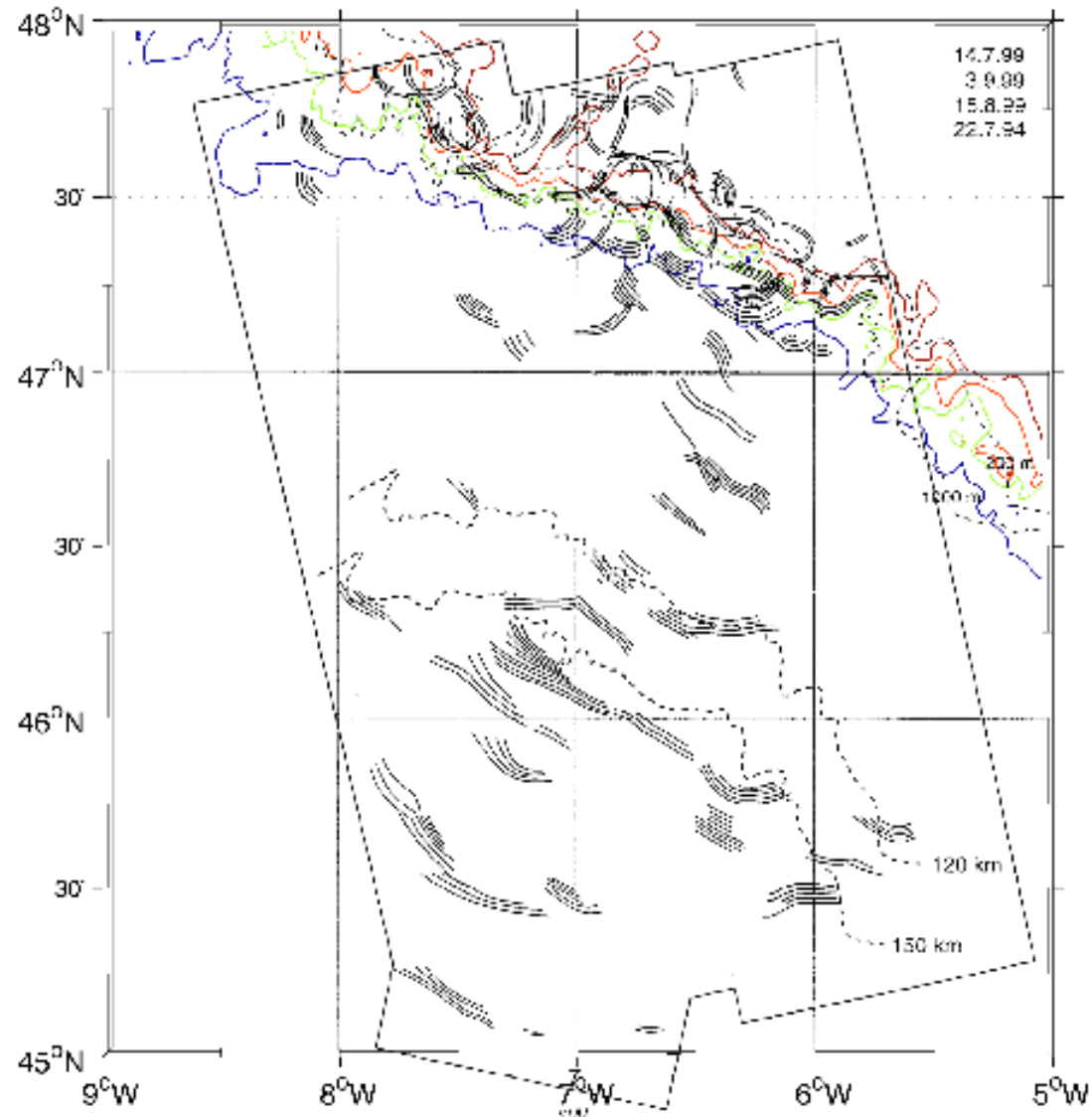
Envisat ASAR APP

07-AUG-2003 2:30 UTC

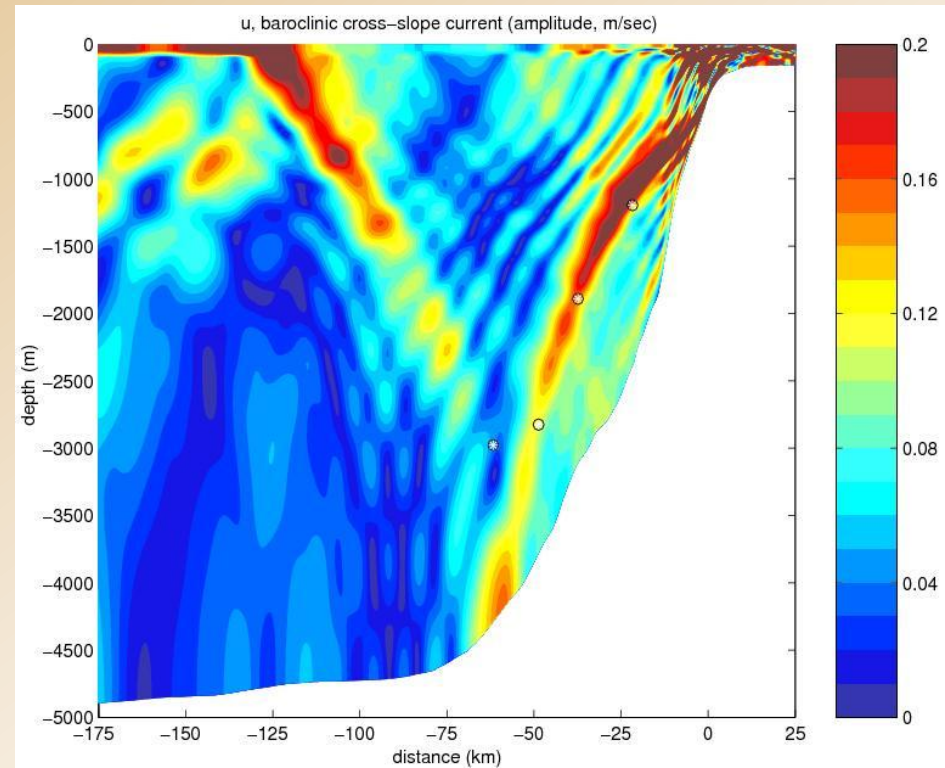
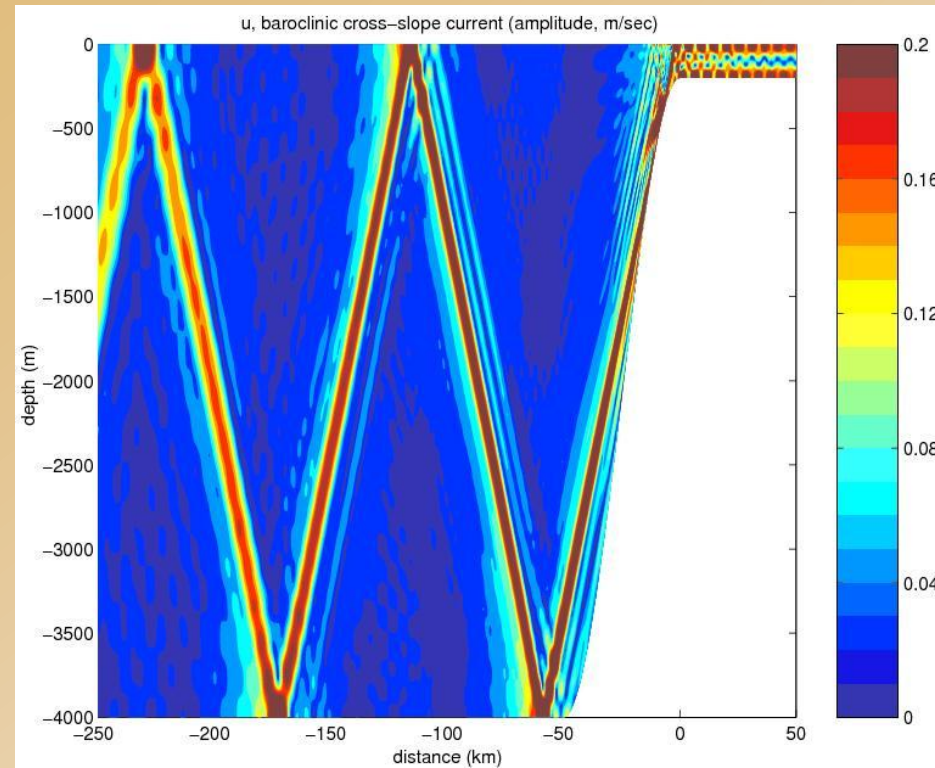




# Un exemple réaliste: Le golfe de Gascogne

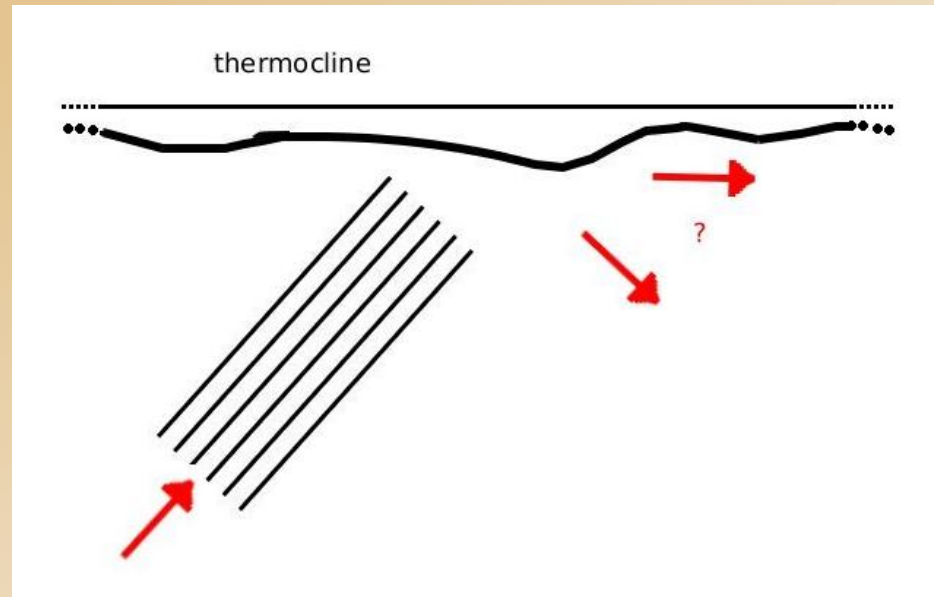


# Un exemple réaliste: Le golfe de Gascogne



Maugé et Gerkema, NL Processes in Geophysics 15, 233 (2008)

# Reproduction de tsunamis sous-marins en laboratoire



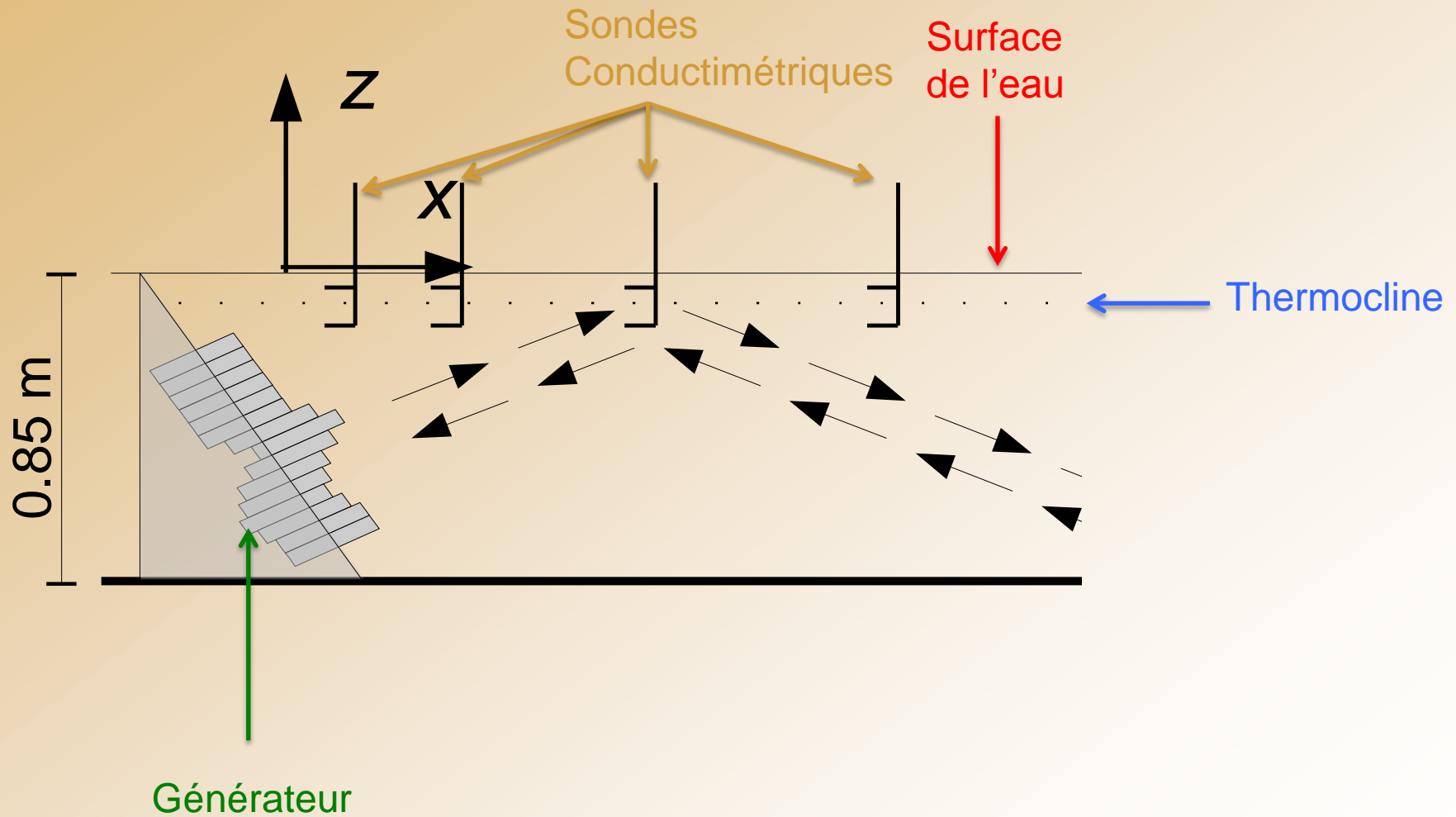
1. Contrôler la stratification
2. Créer un faisceau d'onde interne
3. Mesurer les ondes interfaciales

# Expériences à grande échelle



*Plateforme tournante de Coriolis (Grenoble)*

# Reproduction de tsunamis sous-marins en laboratoire

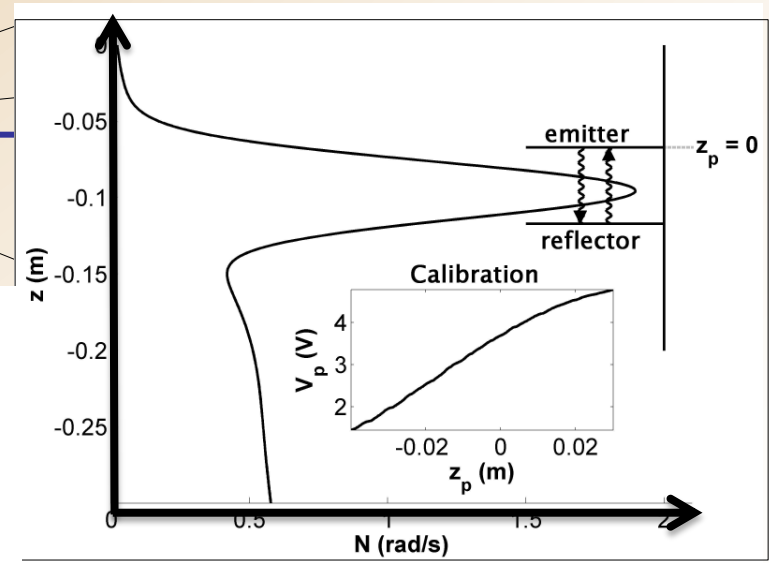


# Sondes acoustiques

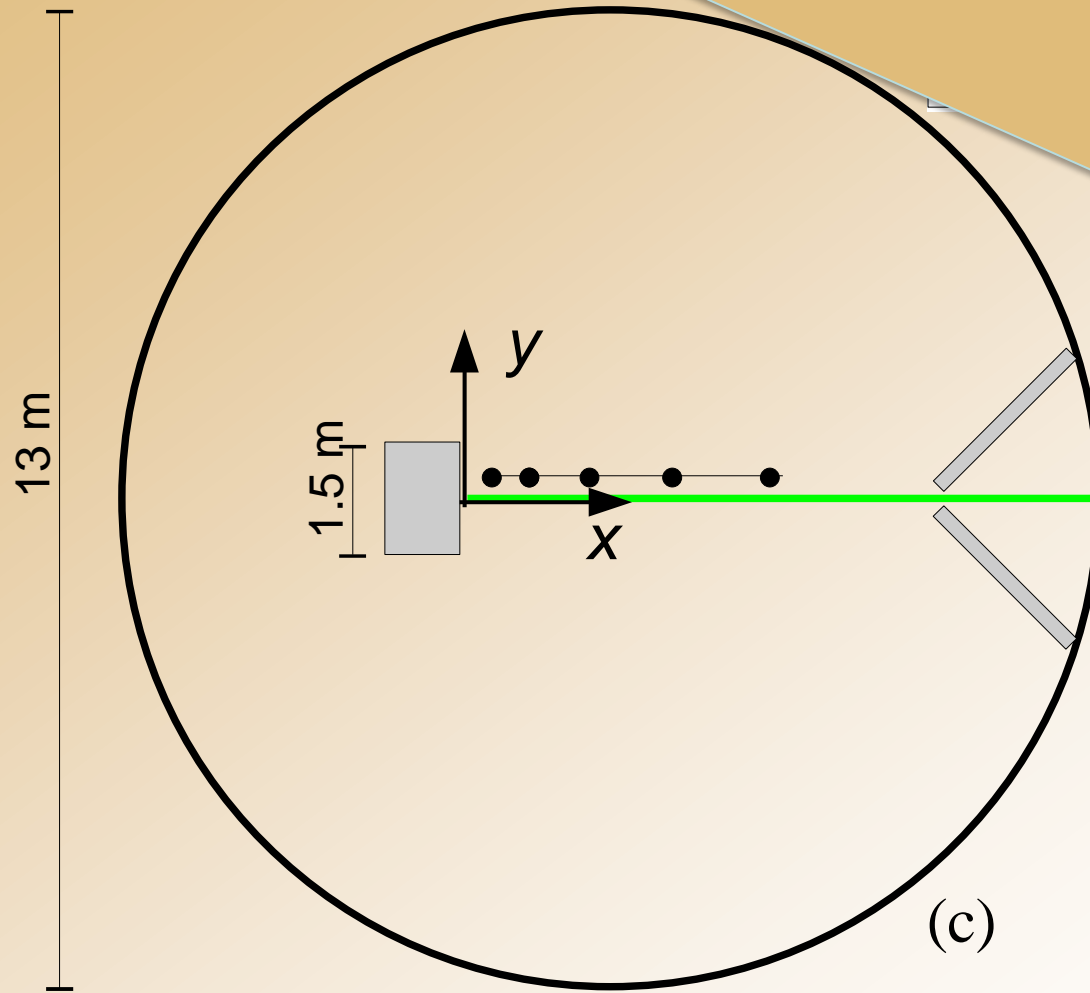
Emission/Réception  
du signal acoustique

Thermocline

Réflexion du signal  
acoustique

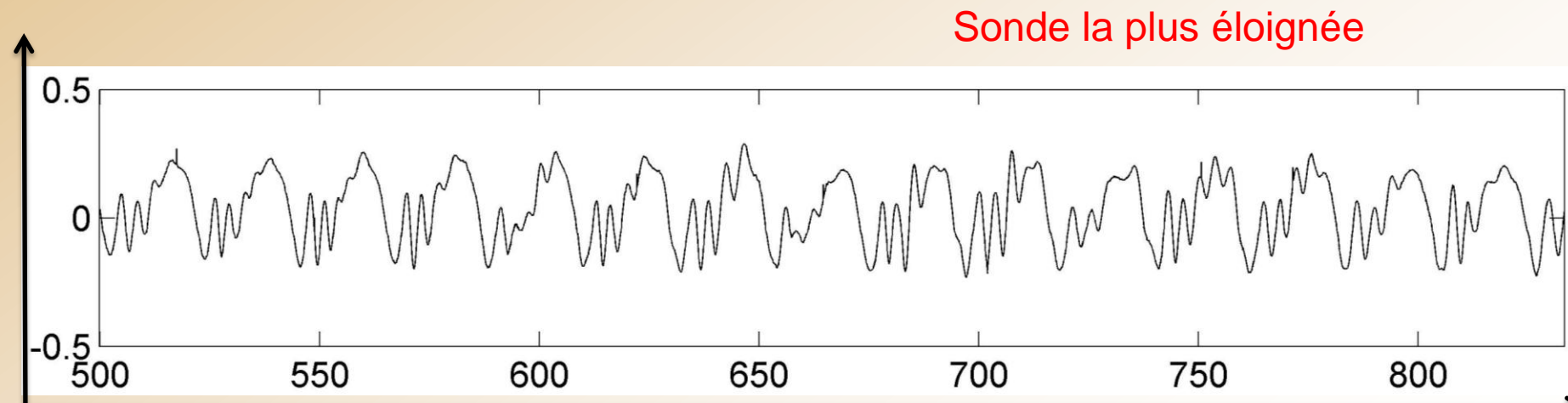
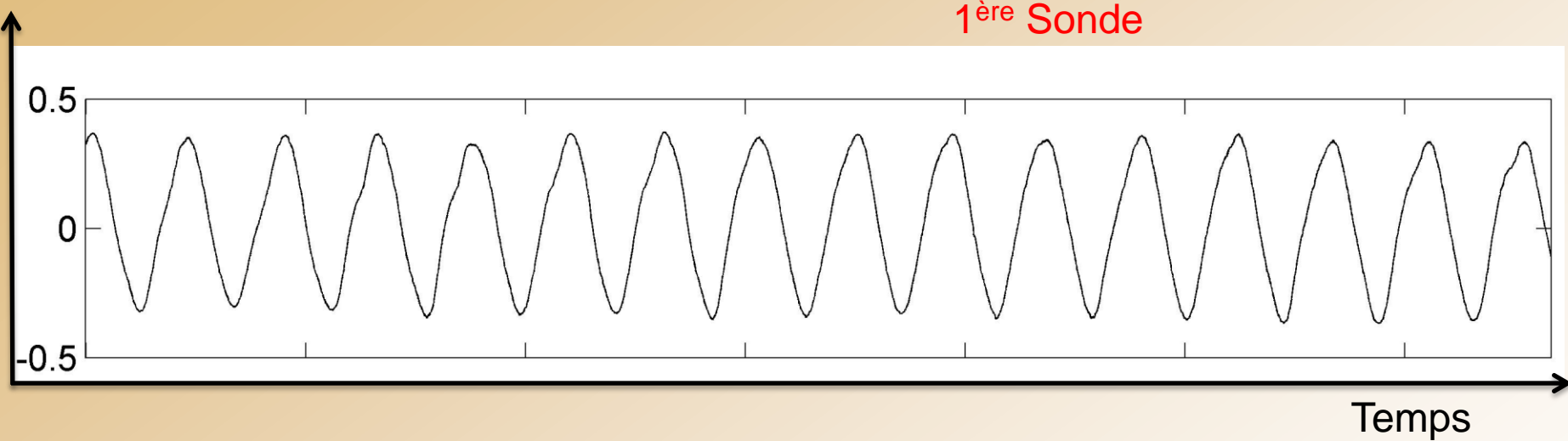


# Reproduction de tsunamis sous marins en laboratoire



# Solitons Generation

Déformation de l'interface





# Expérience du détroit de Luçon

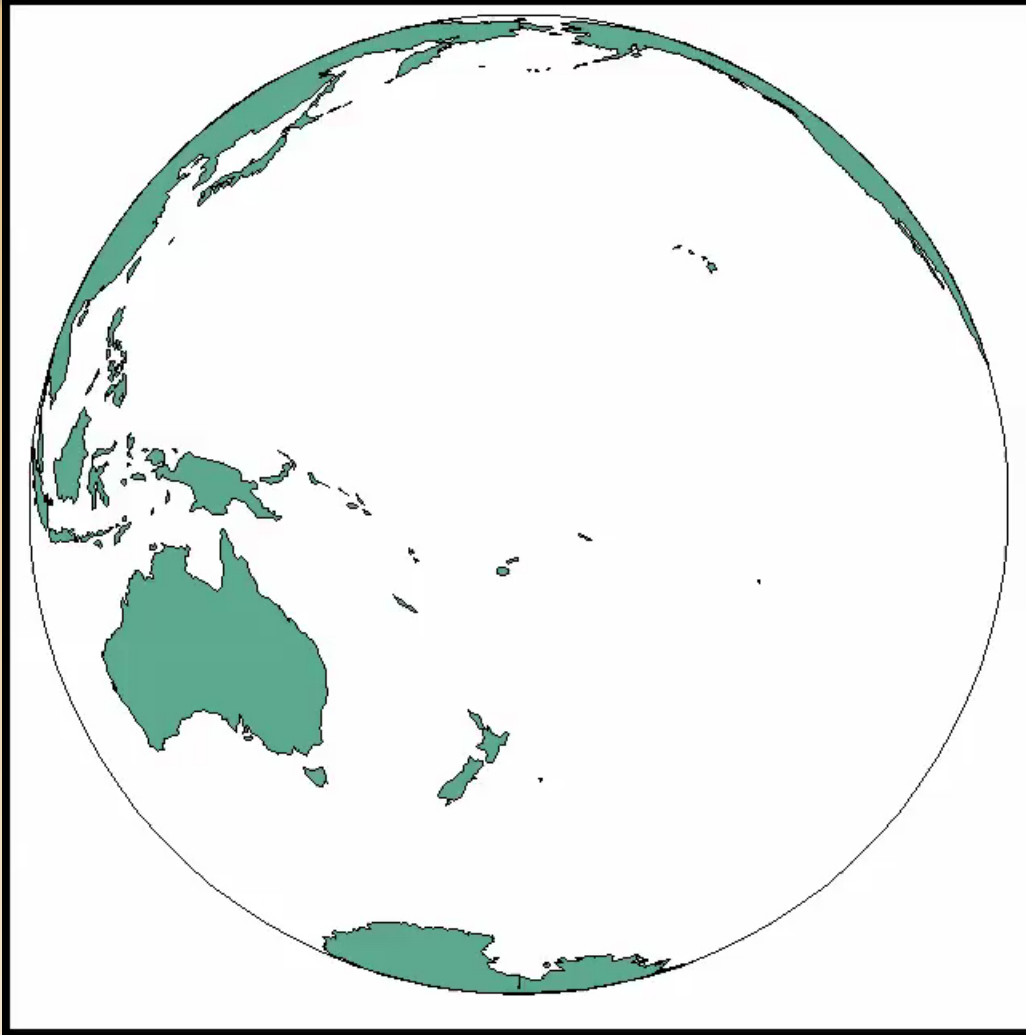
(MIT, LEGI Grenoble, ENS Lyon)



**M.Mercier, L.Gostiaux, S.Saidi, J.Sommeria, H.Didelle, S.Viboud, K.Helfrich, T.Dauxois, T.Peacock.**  
Copyright Discovery Channel

# Importance

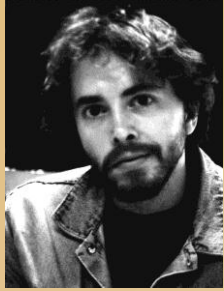
Déplacement  
des interfaces



Harper Simmons,  
Alaska

Au 20<sup>ème</sup> jour, le modèle de marées a atteint un équilibre énergétique et les ondes internes ont saturés les océans  
Evidence de « faisceaux » d'ondes internes qui traversent les bassins.

# Remerciements



L. Gostiaux



M. Mercier



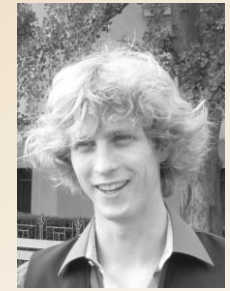
R. Vasseur



S. Joubaud &  
G. Bordes



P. Odier



B. Bourget



H. Scolan



P. Cortet

FAST, Orsay



F. Moisy



T. Gerkema

NIOZ, Texel



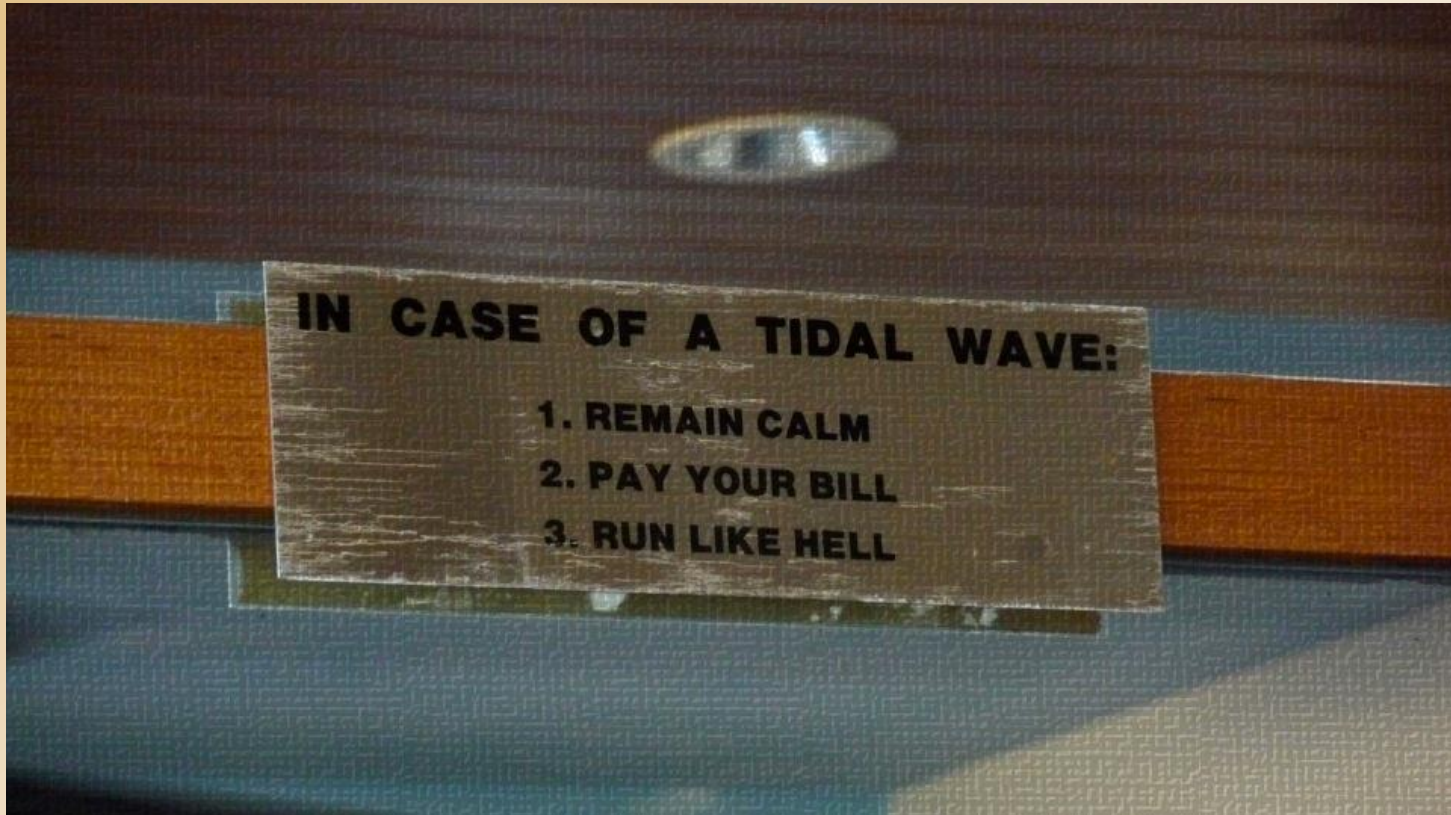
T. Peacock

MIT, Boston



M. Mathur

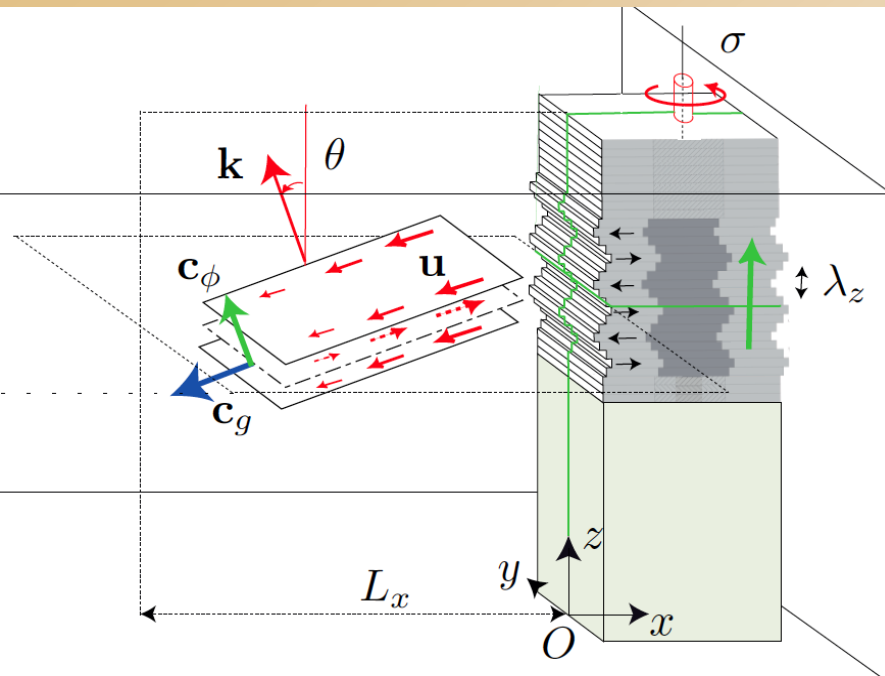
# Thanks



Bar sur Waikiki Beach, Honolulu, Mai 2011

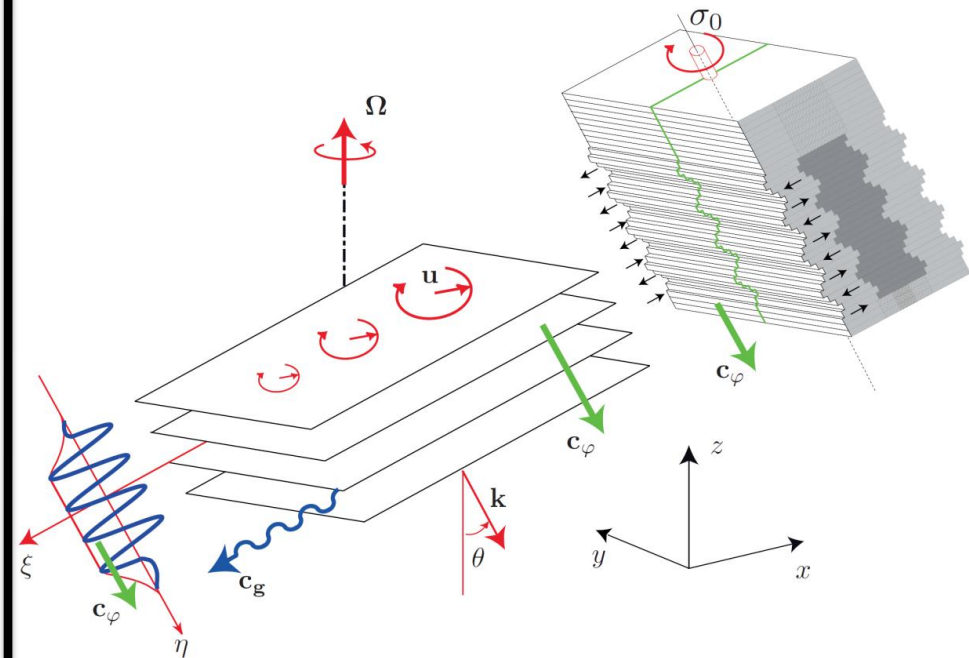
# Generation of Inertial Waves

## *Internal Waves*



$$\omega = \pm N \frac{k}{\kappa} = \pm N \sin \theta$$

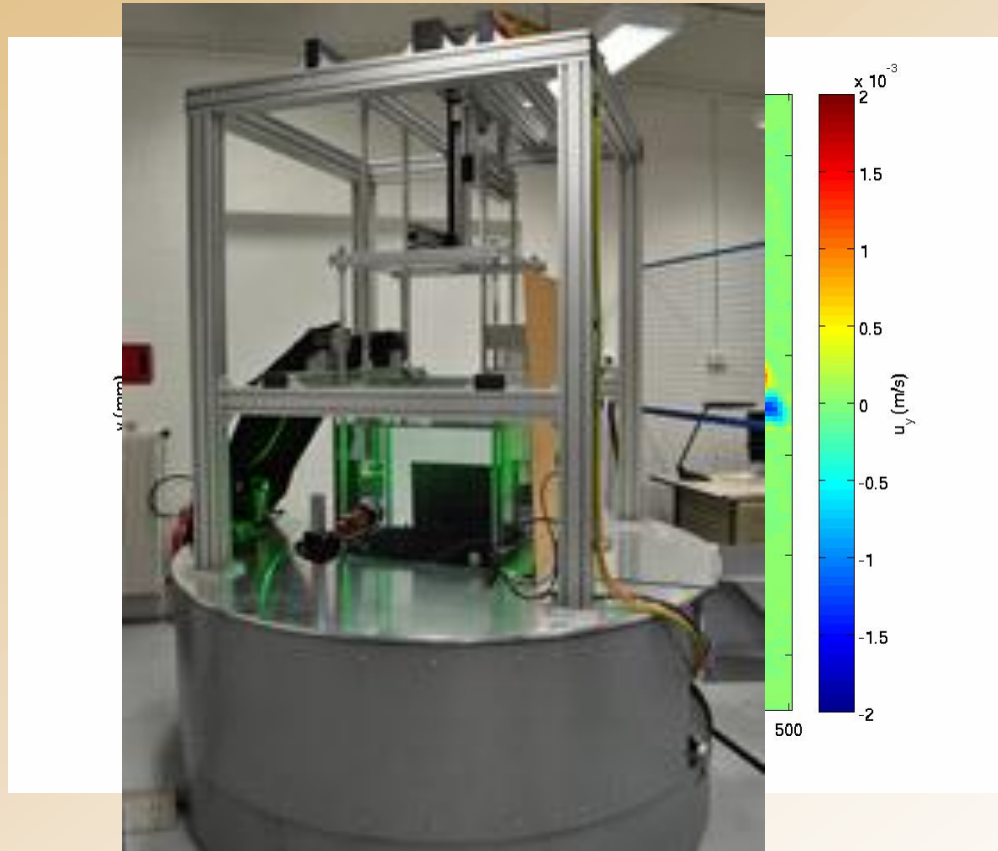
## *Inertial Waves*



$$\omega = \pm f \frac{m}{\kappa} = \pm f \cos \theta$$

# Generation of Inertial Waves

GyroFlow  
(FAST, Orsay)

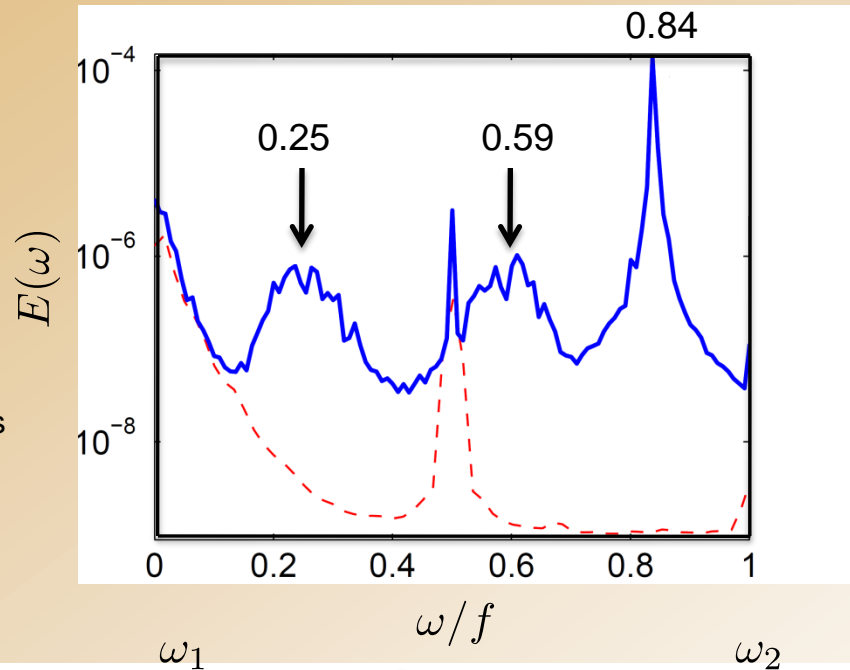


Horizontal component of the velocity field (PIV measurements).

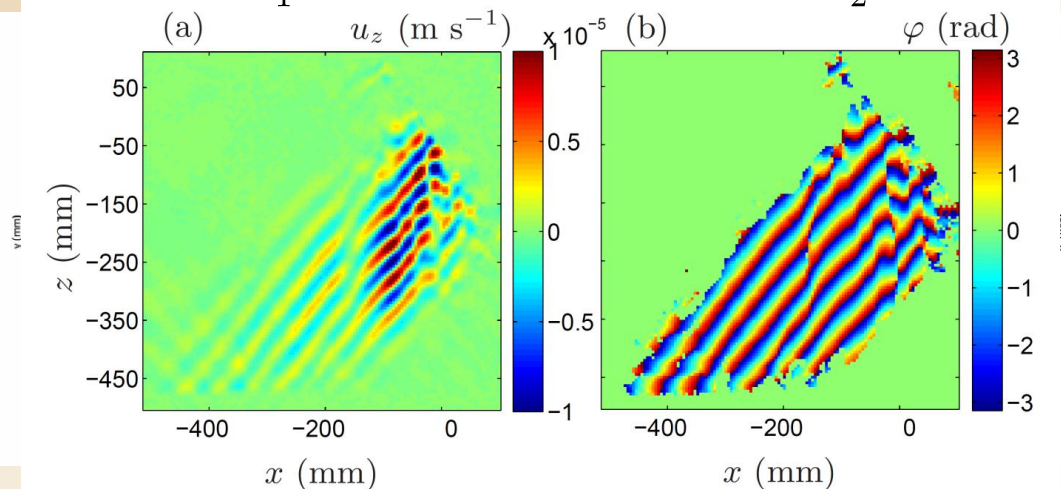
**G. Bordes, F. Moisy, T. Dauxois, P.P. Cortet**, *Physics of Fluids* **24**, 014105 (2012)  
*Experimental evidence of a triadic resonance of plane inertial waves in a rotating fluid*

# Time-Frequency Analysis

Primary wave



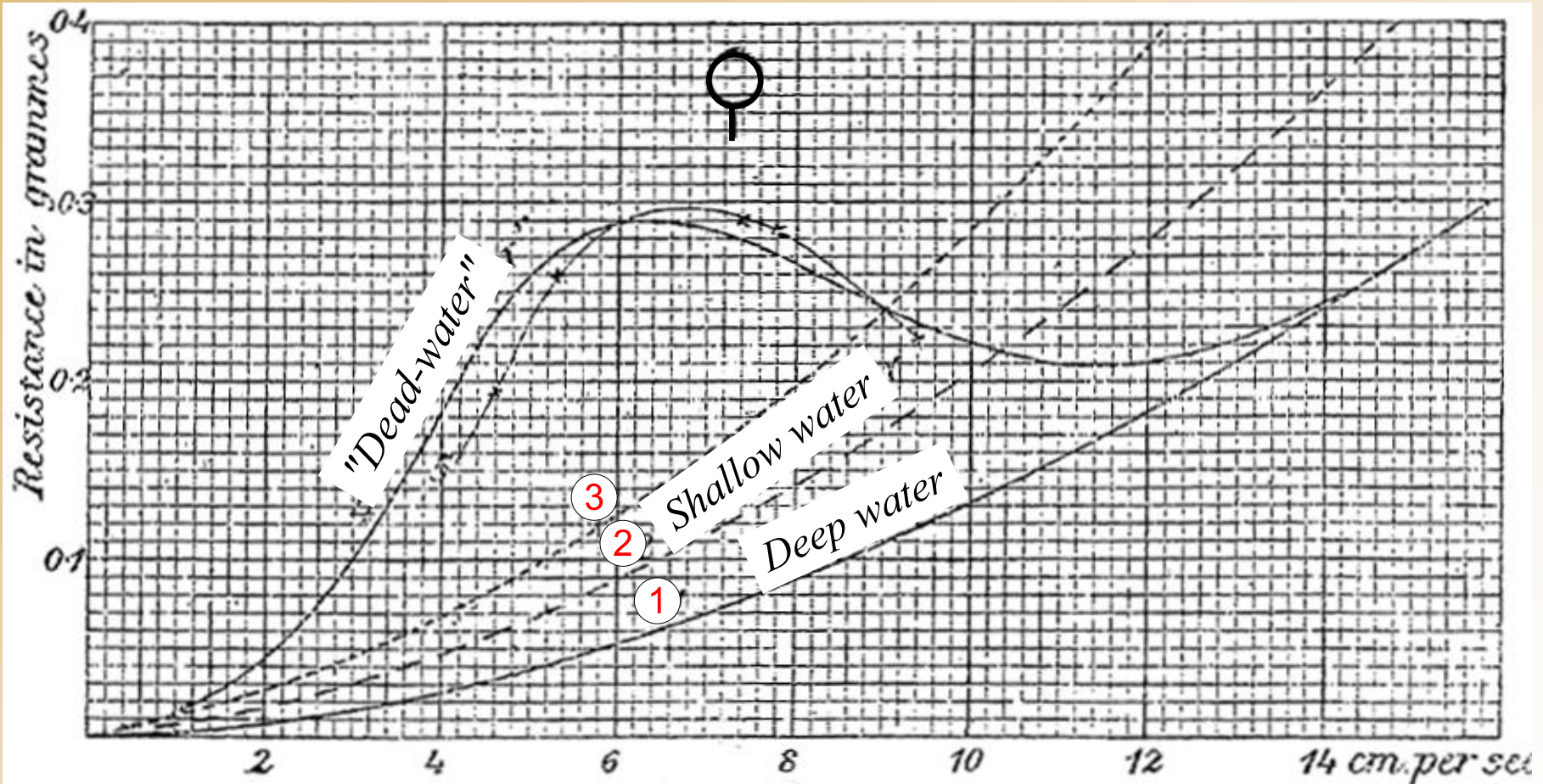
Apparition of two secondary waves with sub-harmonic frequencies



**Mercier, Garnier, Dauxois**  
*Reflection and diffraction of internal waves analyzed with the Hilbert transform.*  
 Physics of Fluids **20**, 086615 (2008).

Hilbert Transform

# Ekman's experimental results



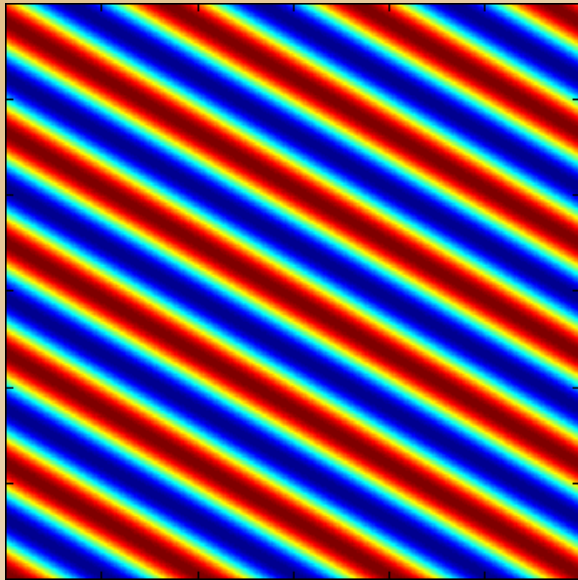
Ekman (1904)

Deep water: 23 cm  
Shallow water: 2.5 cm and 5 cm  
Dead water: 2 cm

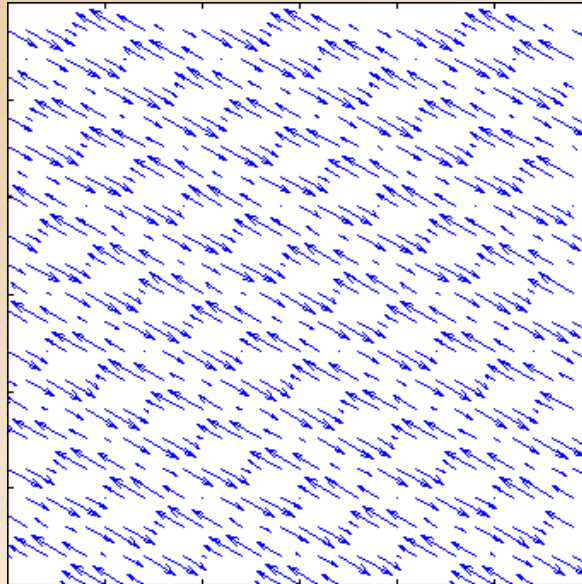


# Linear Plane Wave

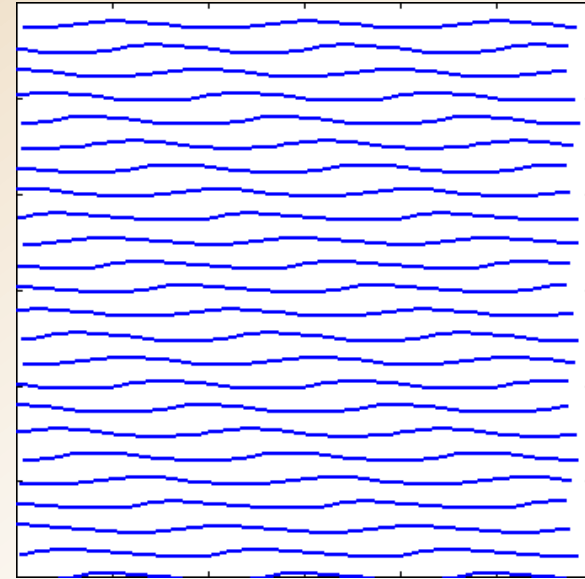
Evolution of the phase



Evolution of the velocity



Evolution of the isopycnals



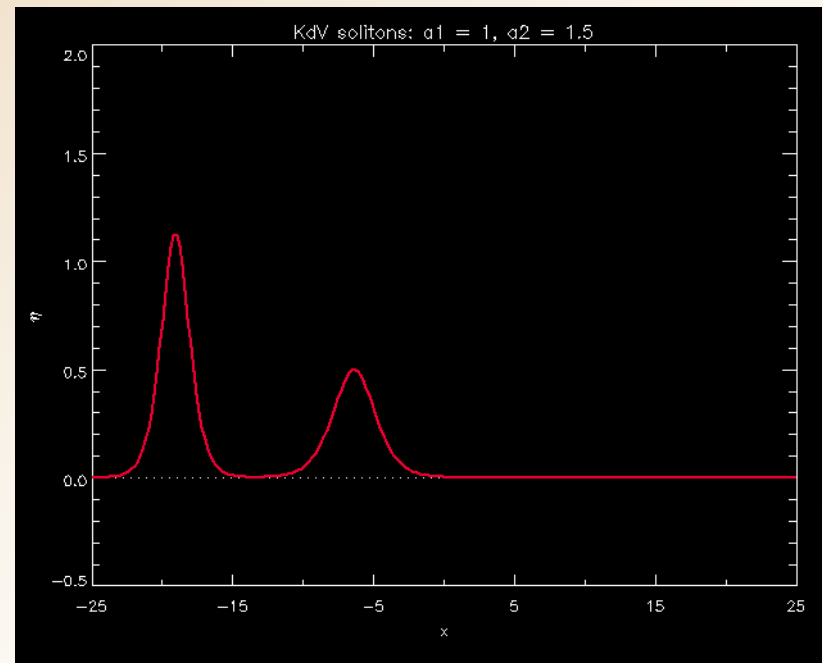
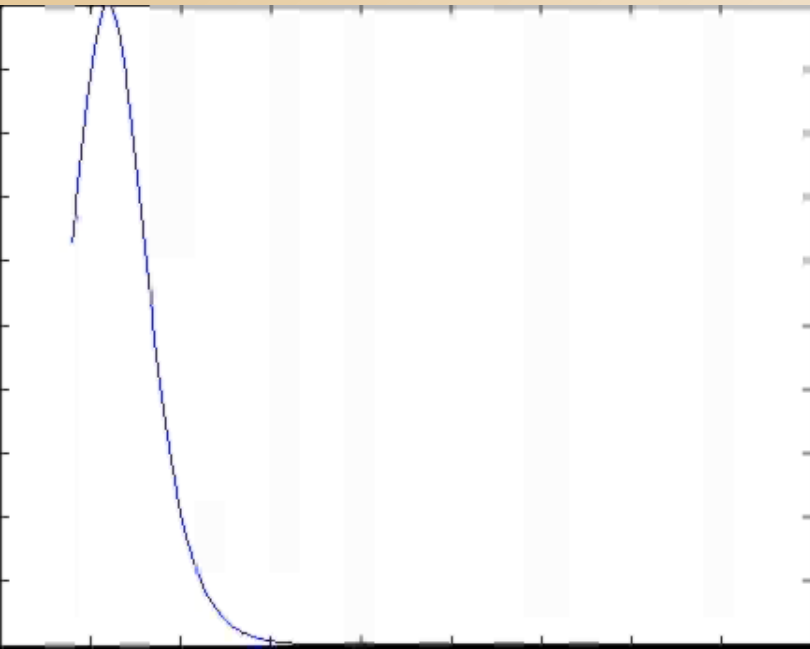
**Tsunami** est un mot japonais qui signifie «vague dans le port».

2 caractères:

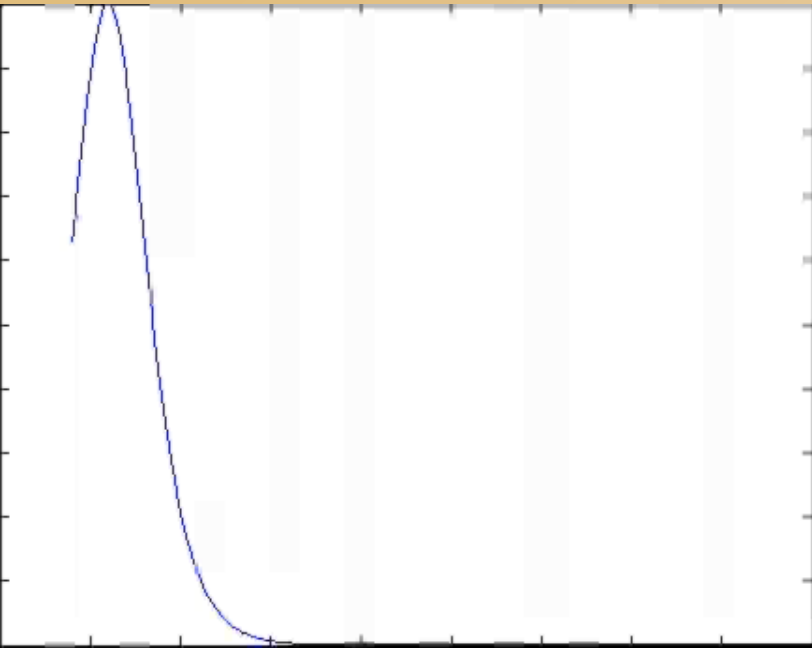
- 1<sup>er</sup> caractère, "tsu," signifie « port »
- 2<sup>nd</sup> caractère, "nami," signifie « onde ».

津波

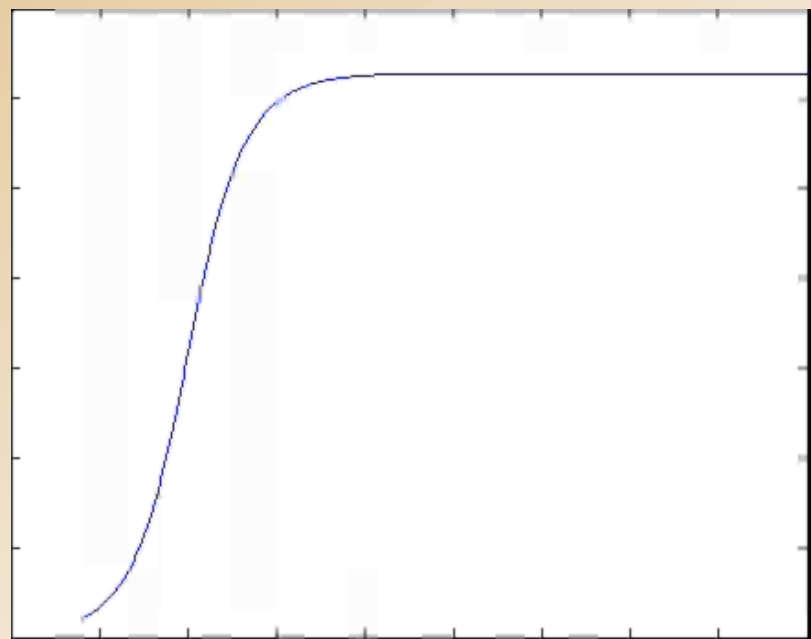
**Tsunami** est un exemple de soliton  
une onde solitaire avec les propriétés de particule.



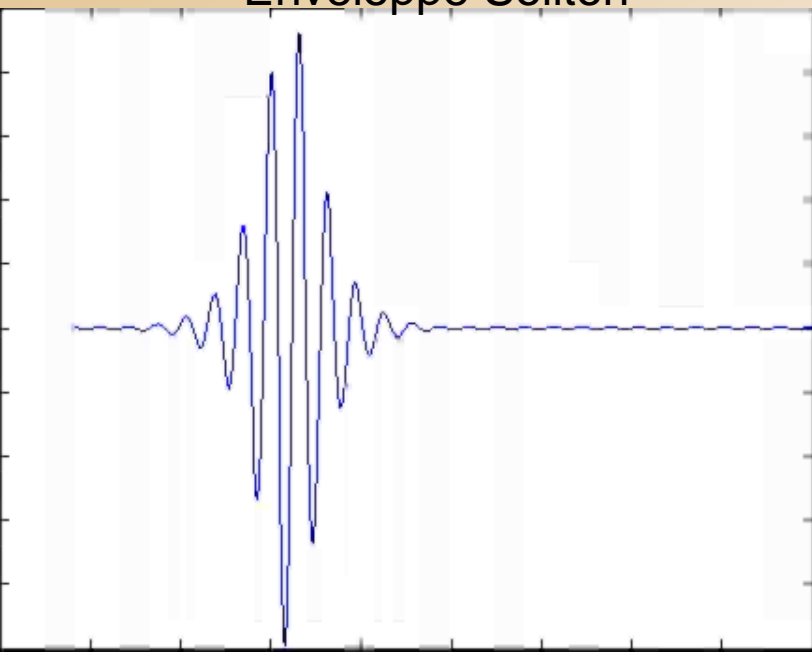
Pulse Soliton



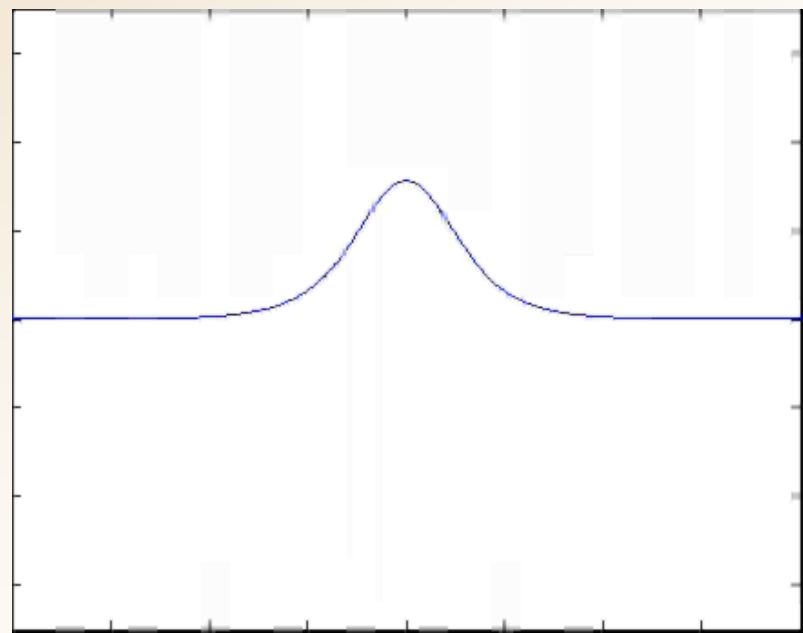
Kink Soliton

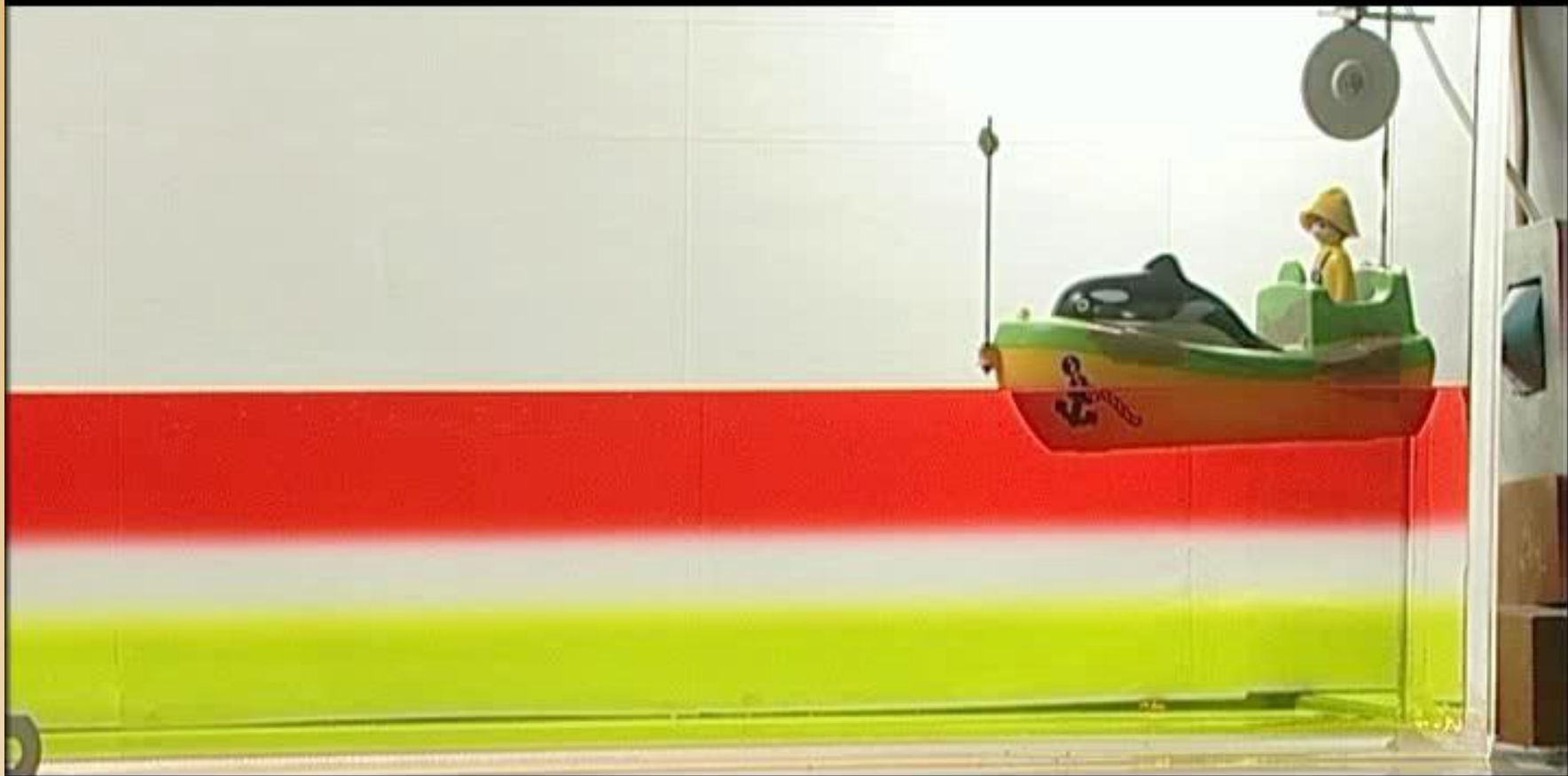


Envelope Soliton



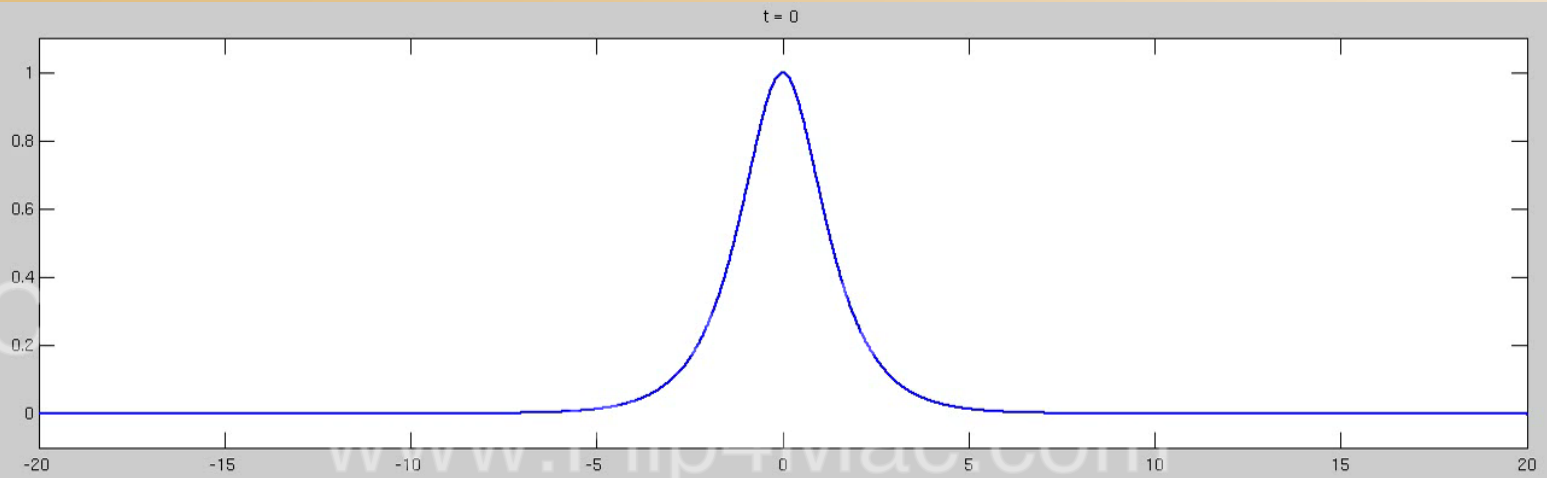
Breather





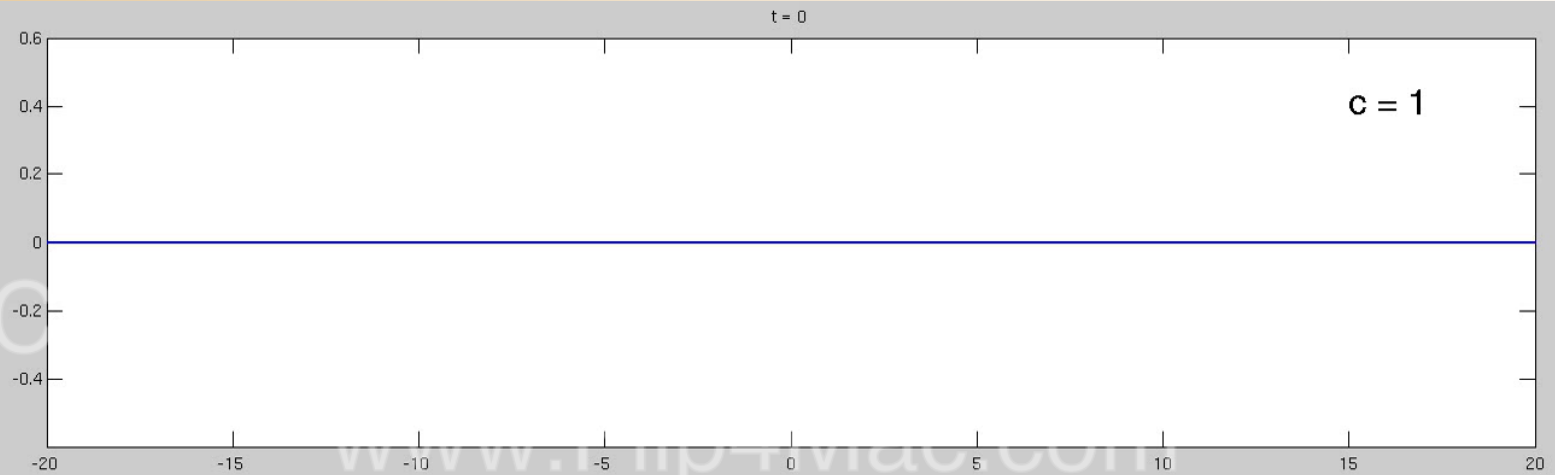
$$\xi_t + \xi_x + \varepsilon \xi \xi_x + \varepsilon \xi \xi_{xx} = -\xi \eta_x$$

**Transport**



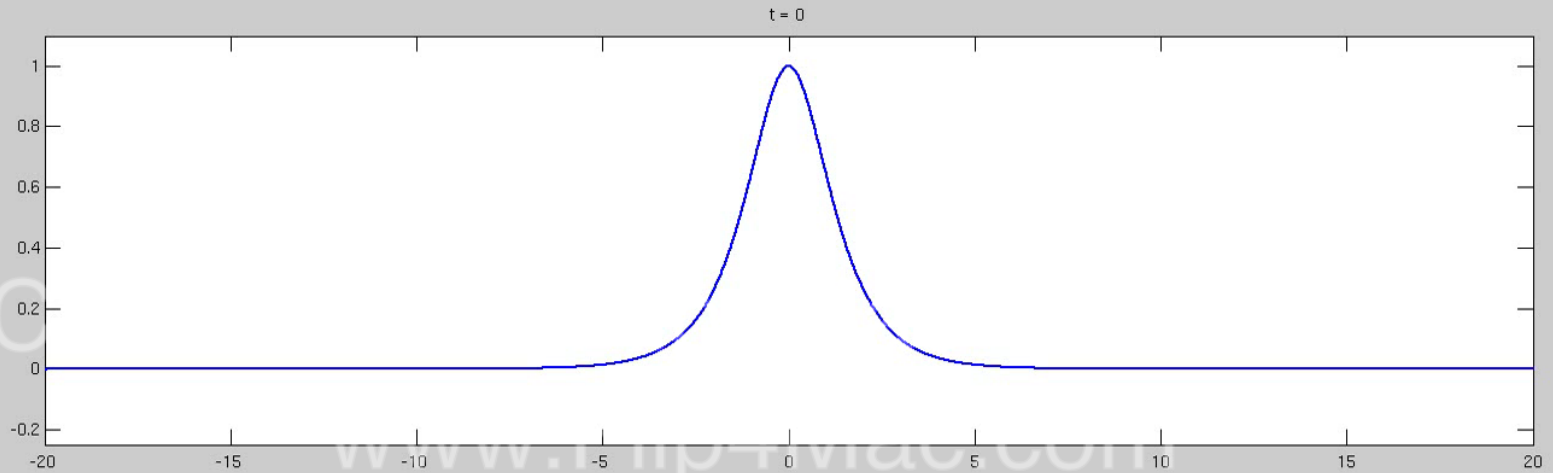
$$\xi_t + \xi_x + \varepsilon \xi \xi_x + \varepsilon \xi \xi_{xx} = -\varepsilon \alpha \eta_x (x - ct)$$

**Forcing**



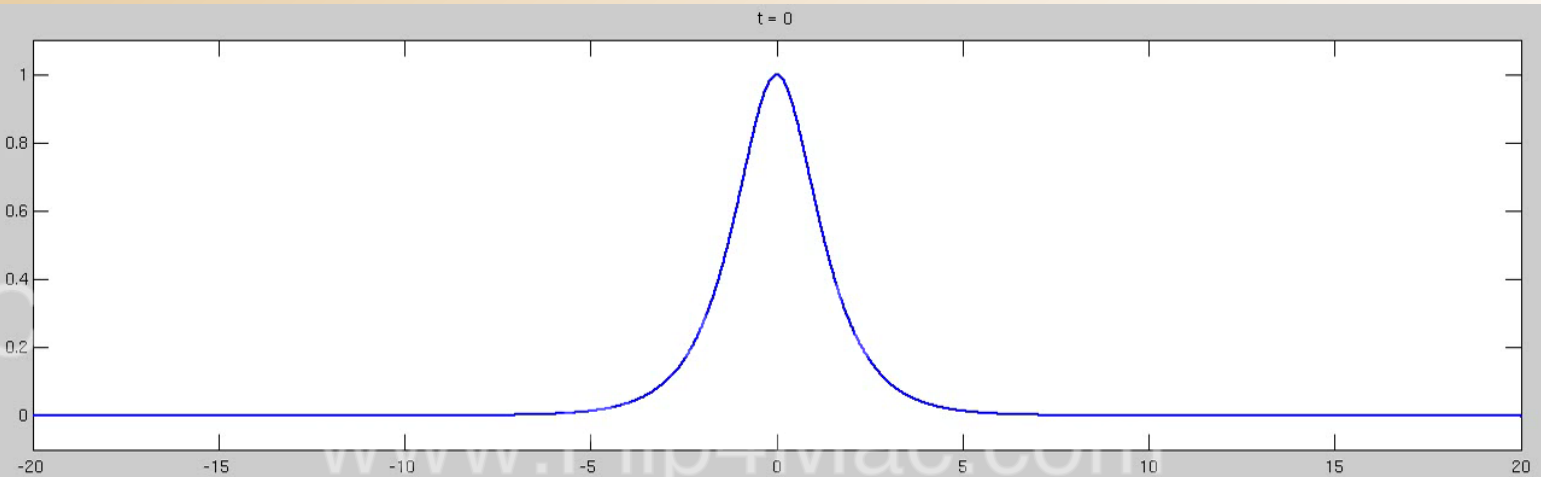
$$\xi_t + \cancel{\xi^2} + \epsilon \cancel{\lambda} \xi_x + \epsilon \nu \xi_{xxx} = -\epsilon \cancel{I} x$$

Dispersion



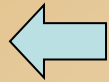
$$\xi_t + \cancel{\xi^2} + \epsilon \lambda \xi \xi_x + \epsilon \cancel{\nu} \xi_{xxx} = -\epsilon \cancel{I} x$$

Nonlinearity



## 2) Création de modes Verticaux

$$\cos(\pi z / H)$$



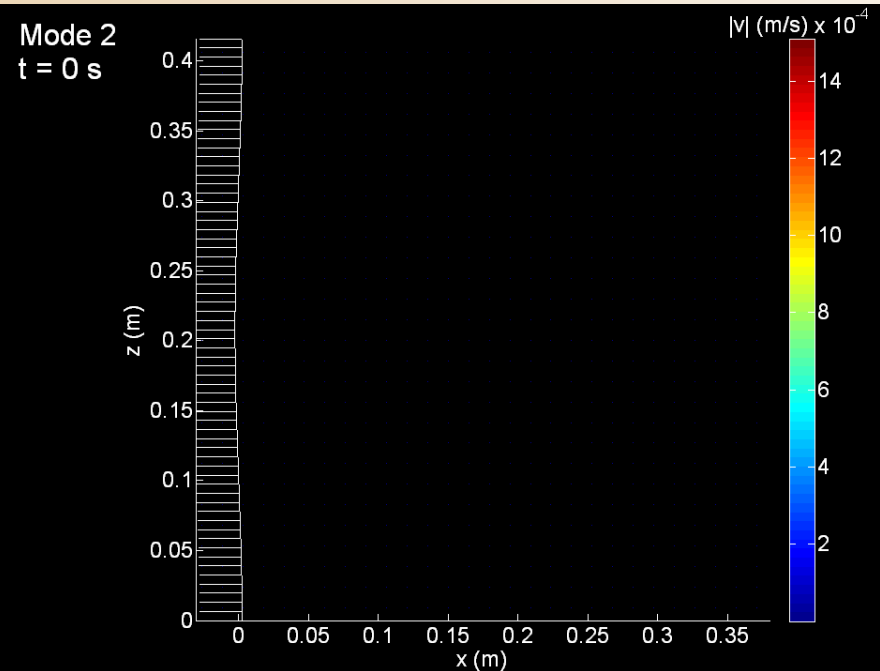
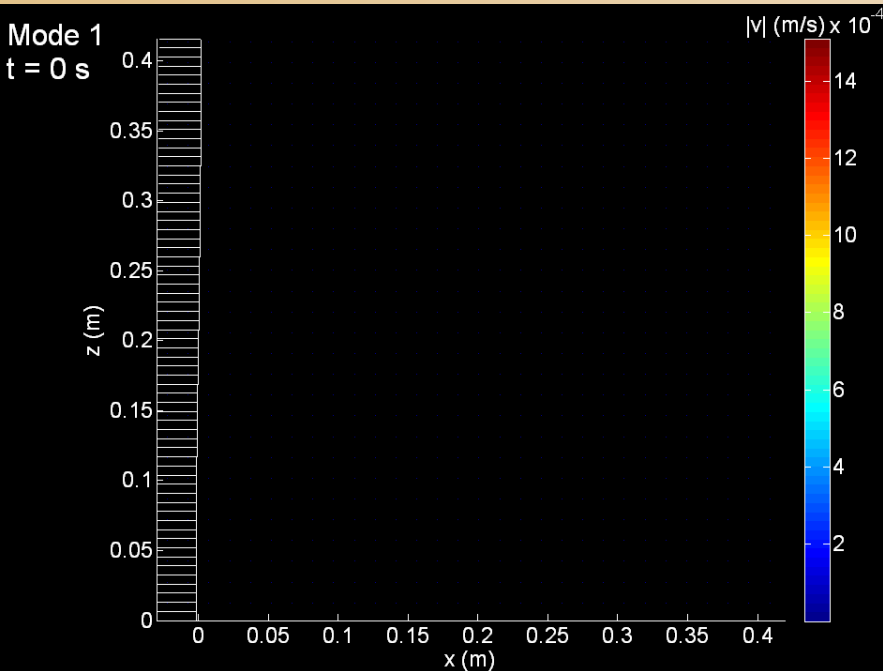
Enveloppe des cames



$$\cos(2\pi z / H)$$

Mode 1

Mode 2



Résultats expérimentaux (PIV)

M. Mercier, D. Martinand, M. Mathur, L. Gostiaux, T. Peacock, T. Dauxois *New Wave Generation*, JFM (2010)

T. Peacock, M. Mercier, T. Dauxois, *Internal-tide scattering by 2d topography*, Physics of Fluids (2009)

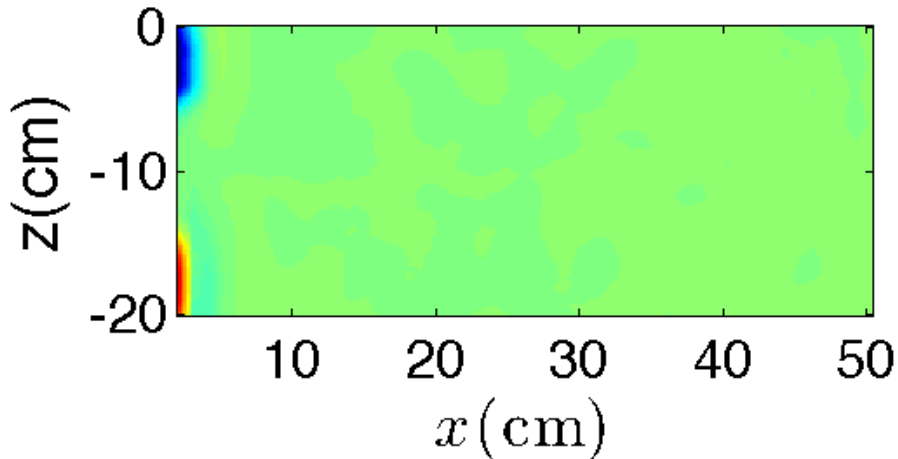
# Expérience

110127\_6

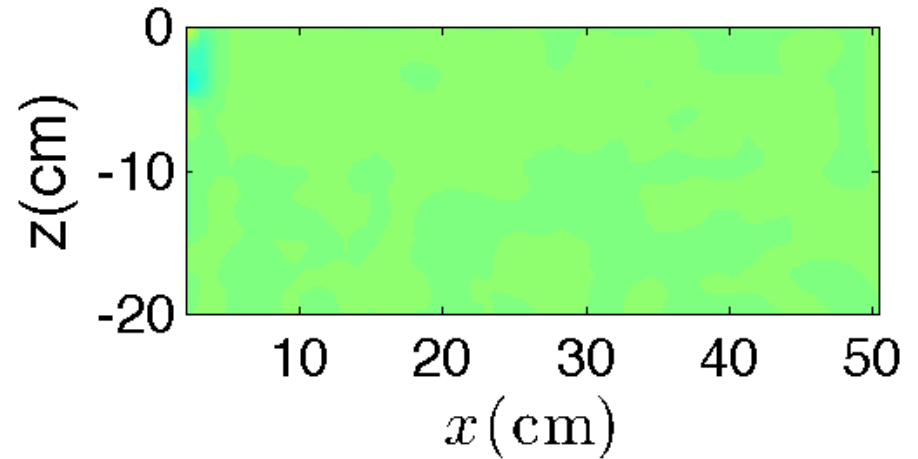
$$\omega/N = 0.95$$

$$t/T_{exc} = 1$$

$\partial_x \rho$

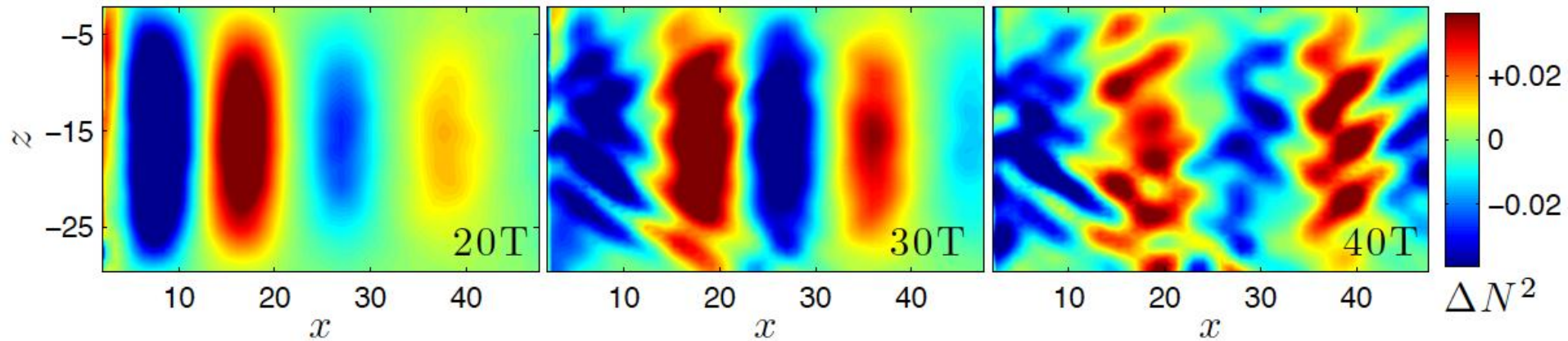


$\partial_z \rho$



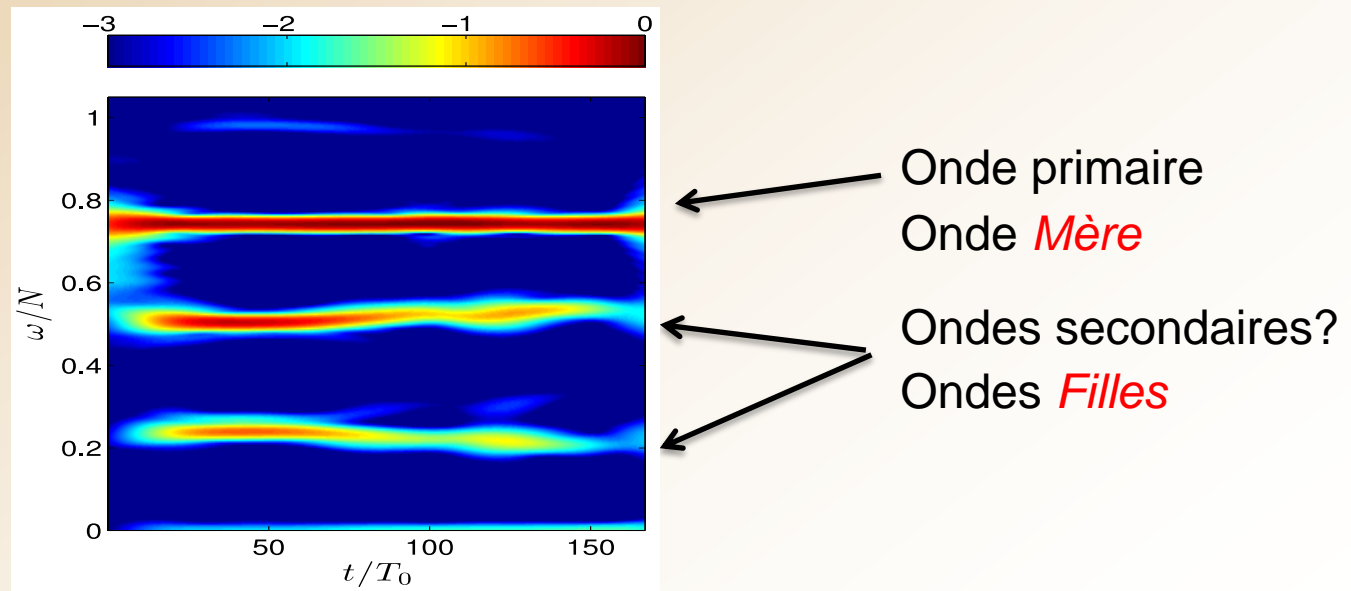


# Expérience

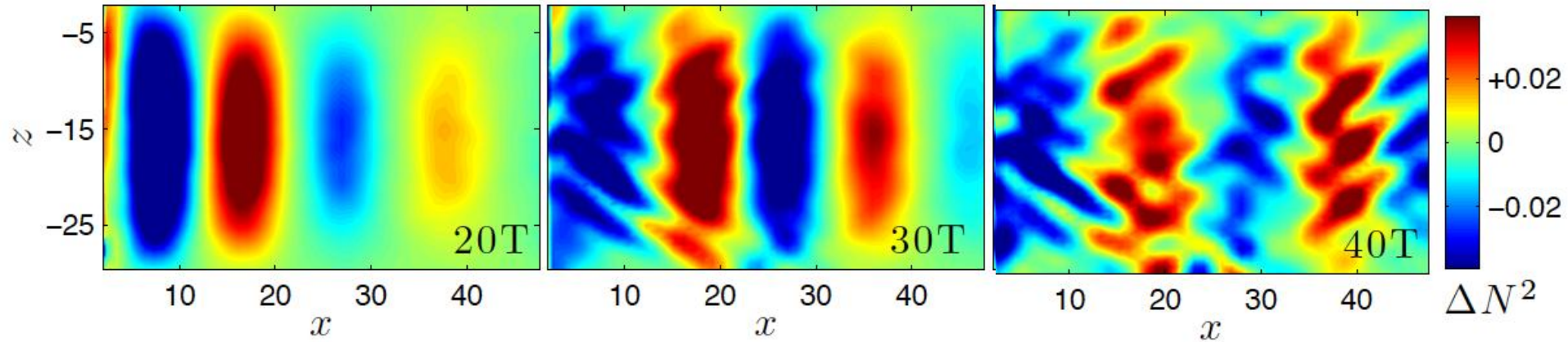


Vues instantanées du gradient horizontal de densité

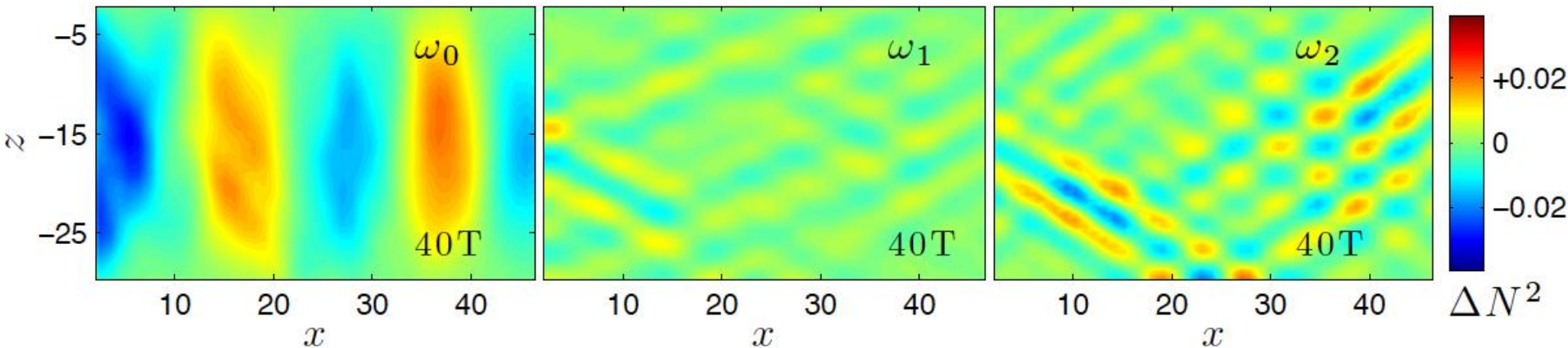
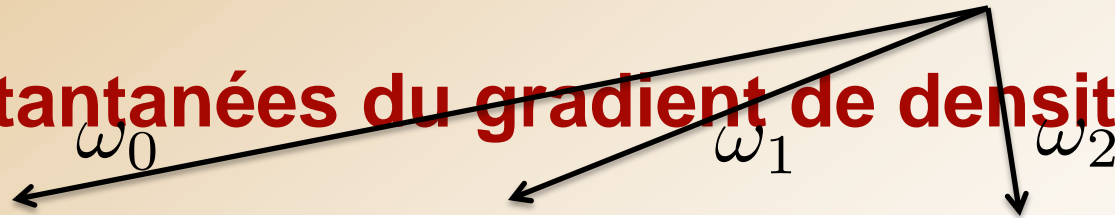
Analyse  
Temps-Fréquence



# Expérience

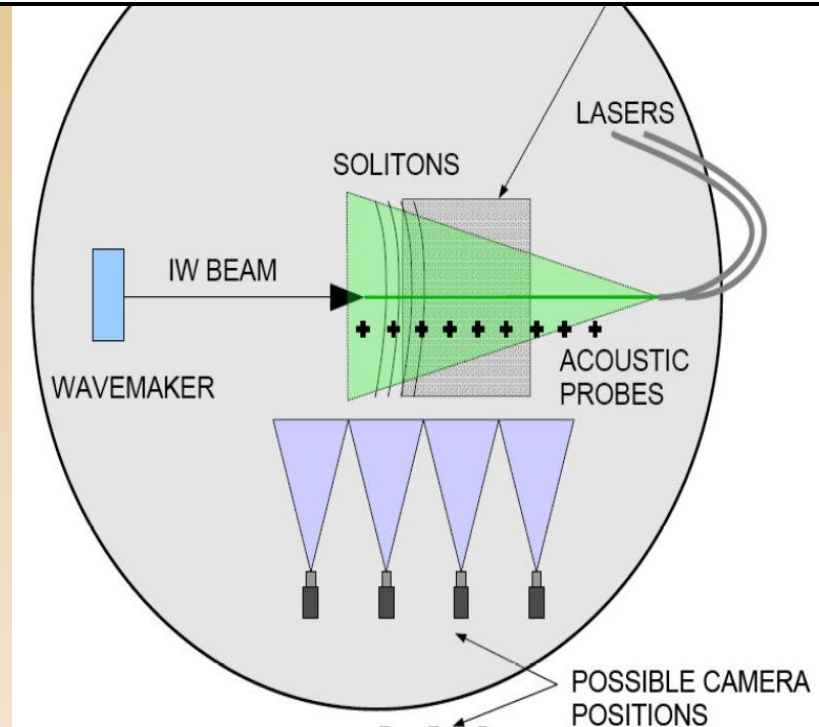


**Transformées  
de Hilbert**  
vues instantanées du gradient de densité

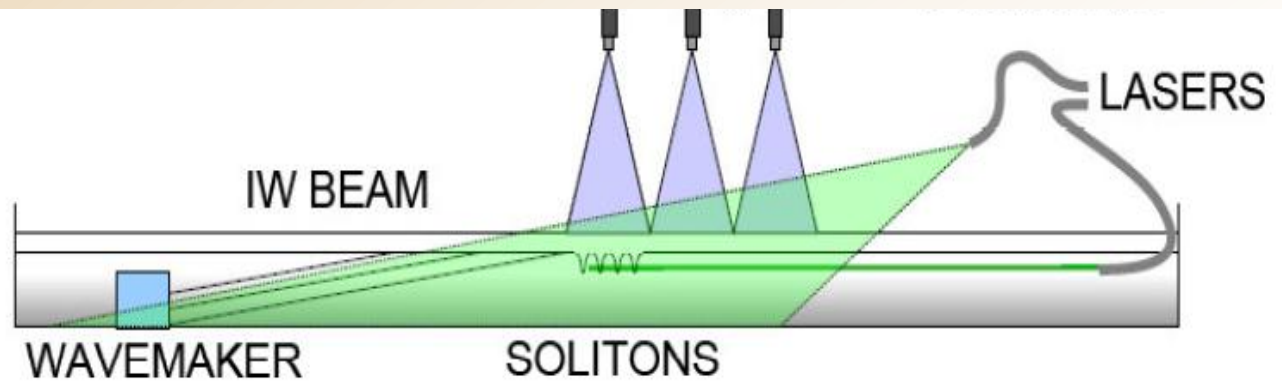


# Reproduction de tsunamis sous marins en laboratoire

Vue de  
dessus



Vue de  
côté



# Quel est le *destin* final des ondes internes ?

Il reste surtout à clarifier les mécanismes de **dissipation**

**4 processus  
possibles pour  
la dissipation**

Kunze & Llewellyn-Smith '04

**Interaction Onde-Onde (PSI)**

MacKinnon & Winters '05, Alford et al. '07

**Réflexion sur les pentes (réflexion critique)**

Nash et al. '04, Dauxois & Young '99

**Diffusion par les structures à méso-échelle.**

Rainville & Pinkel '06

**Diffusion par la bathymétrie de taille finie**

Peacock et al '09

But à long terme : **Estimer l'importance relative de ces processus**