

Colloque « **Tricentenaire de Clairaut, savant des Lumières** »

Observatoire de Paris, 13 mai 2013

Émilie et les
Principes mathématiques
(les *Principia mathematica* de Newton)
relus par **Clairaut**

Michel TOULMONDE

Observatoire de Paris (SYRTE)

michel.toulmonde@univ-evry.fr

- la diffusion des idées de Newton
- le manuscrit d'Émilie
- le rôle de Clairaut dans l'édition de 1759

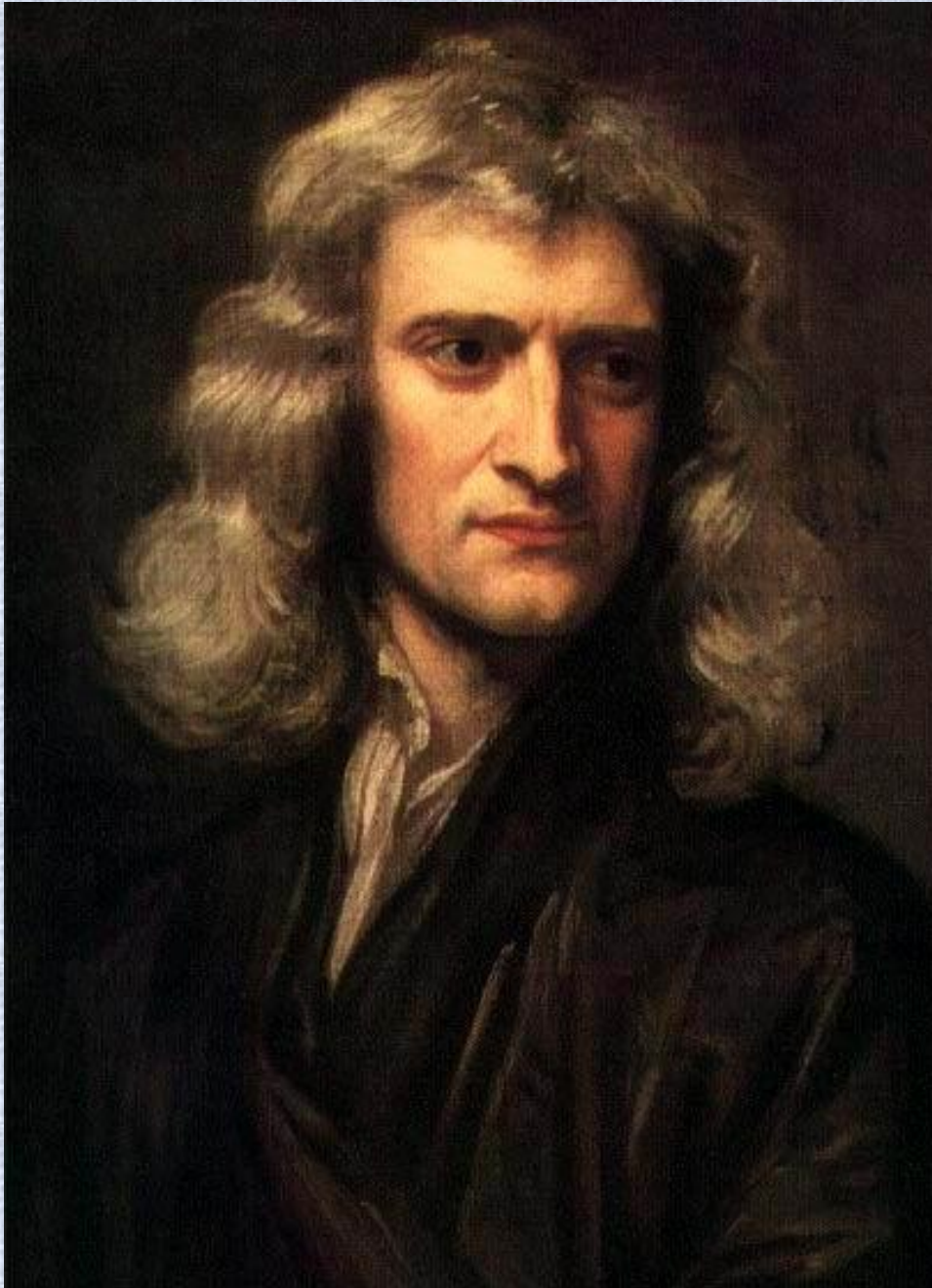
Gabrielle **Émilie** Le Tonnelier **de Breteuil**, marquise du **Châtelet-Lomont**
(1706-1749)



par Mariane Loir, vers 1745 (Bordeaux, M. Bx Arts)



Pastel, d'après Maurice Quentin de La Tour



Isaac Newton

(1643-1727)

*Portrait à 46 ans par Gottfried Kneller
(1689)*

1^{ere} éditions de 1687

3^e édition de 1726

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J* S. NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc. Mathefeos*
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc. PRÆSES.*
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

AUCTORE
ISAACO NEWTONO, EQ. AUR.

Editio tertia aucta & emendata.

LONDINI:

Apud GUIL. & JOH. INNYS, *Regiæ Societatis typographos.*
MDCCXXVI.

DISCOURS

SUR

LES DIFFERENTES FIGURES DES ASTRES;

D'OU L'ON TIRE DES CONJECTURES
sur les E'toiles qui paroissent changer de
grandeur ; & sur l'Anneau de Saturne.

A V E C

Une Exposition abrégée des Systemes de M.
Descartes & de M. Newton.

*Par M. DE MAUPERTUIS, de l'Académie Royale
des Sciences, & de la Société Royale de Londres.*



A P A R I S,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

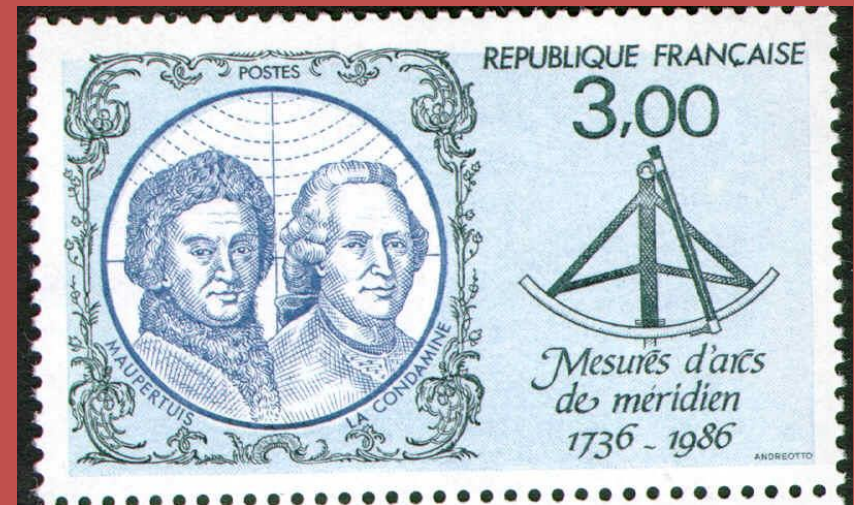
M. DCCXXXII.

Maupertuis
(1698-1759)

Discours... (1732)



Maupertuis
(1736)



Alexis CLAIRAUT
(1713-1765)



CLAIRAUT.

Voltaire : 1694-1778



Lettres philosophiques (1734)

Lettre XIV : **Sur Descartes et Newton**

Un Français qui arrive à Londres trouve les choses bien changées en philosophie comme dans tout le reste. **Il a laissé le monde plein, il le trouve vide.**

A Paris on voit l'univers composé de **tourbillons de matière subtile** ; à Londres on ne voit rien de cela.

[...] A Paris vous vous figurez la Terre faite comme un melon ; à Londres elle est **aplatie**, des deux côtés.

Cirey-sur-Blaise (Hte Marne)



LE
NEWTONIANISME
POUR LES DAMES,
O U
ENTRETIENS
SUR LA LUMIERE, SUR LES COULEURS,
ET SUR L'ATTRACTION.

Traduits de l'Italien de M. ALGAROTTI.

Par M. DUPERRON DE CASTERA.

TOME II.



A PARIS,
Chez MONTALANT, Imprimeur - Libraire,
Quay des Augustins, à la Ville de Montpellier.

M. DCC. XXXVIII.

Avec Approbation & Privilège du Roy.

Francesco ALGAROTTI
(1712-1764)

*Il Newtonianismo per le Dame,
ovvero Dialoghi sopra la Luce (1737)*



Voltaire : *Elemens de la Philosophie de Neuton* (1738)



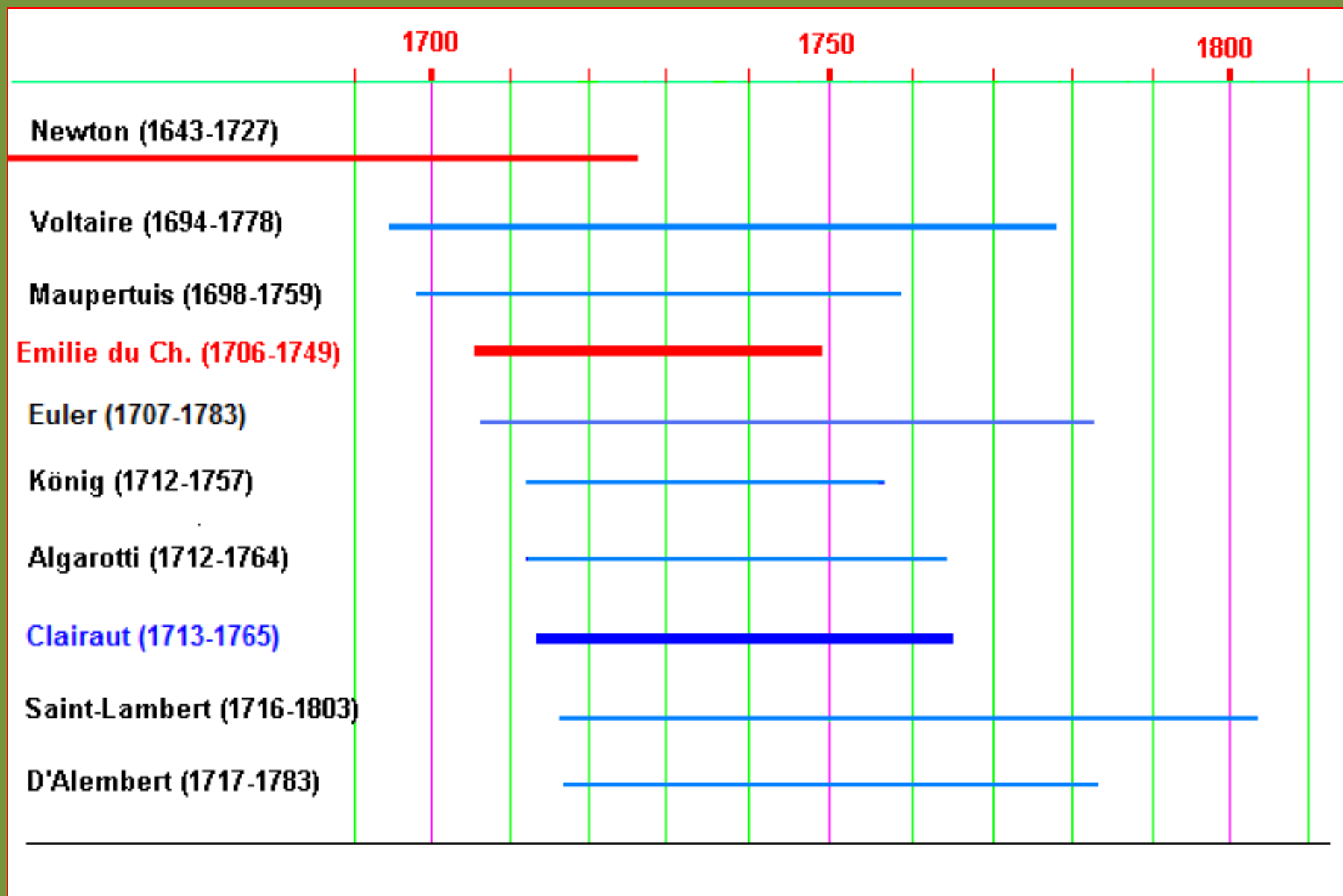
E L É M E N S
DE LA
PHILOSOPHIE
DE NEUTON,

Mis à la portée de tout le monde.

Par **M^r. DE VOLTAIRE.**



A AMSTERDAM,
Chez ETIENNE LEDET & Compagnie.
M. DCC. XXXVIII /



Philosophiæ Naturalis PRINCIPIA MATHEMATICA.

DEFINITIONES.

DEFINITIO I.

Quantitas materiæ est mensura ejusdem orta ex illius densitate et magnitudine conjunctim.

AER densitate duplicata, in spatio etiam duplicato, fit quadruplus; in triplicato sextuplus. Idem intellige de nive & pulveribus per compressionem vel liquefactionem condensatis. Et par est ratio corporum omnium, quæ per causas quasunque diversimode condensantur. Medii interea, si quod fuerit, interstitia partium libere pervadentis, hic nullam rationem habeo. Hanc autem quantitatem sub nomine corporis vel massæ in sequentibus passim intelligo. Innotescit ea per corporis cujusque pondus: Nam ponderi proportionalem esse reperi per experimenta pendulorum accuratissime instituta, uti posthac docebitur.

DEFINITIO II.

Quantitas motus est mensura ejusdem orta ex velocitate et quantitate materiæ conjunctim.

Motus totius est summa motuum in partibus singulis; ideoque in corpore duplo majore, æquali cum velocitate, duplus est, & dupla cum velocitate quadruplus.

B

DEFI-

1^{er} Cahier
et aut. quelle
que cela veut dire
5-f. 2287
I

principes mathématiques de
la philosophie naturelle
newton
et de ses définitions
et de ses principes

Def. 1.
la quantité de la matière se mesure
par la densité et le volume pris ensemble.

La quantité d'air qui est dans un espace
dont la densité est double
seroit quadruple dans un espace
double, et sextuple dans un espace
triple, on en peut dire autant
de tout autre corps qui a une densité

Def 1.
La quantité de la matière se mesure par
la densité et le volume pris ensemble.

ce peut être
on ne fait aucune attention en estimant
la quantité de la matière des corps de
même qui passent librement dans leurs
poros et entre leurs parties, cette
quantité de matière propre des corps
est ce qui est contenu de l'épaisseur lorsque le
poros du corps ou de la masse, et cette
quantité se conçoit par le poids de la

axiomes, d'ailleurs du mouvement.

1^{re} loi

Tout corps persévère dans l'état

de repos ou de mouvement uniforme

en ligne droite dans lequel il se

trouve, ^{à moins que} quelque force ^{nécessaire} qui agit

sur lui ^{et} ne le contraindre ^à changer

d'état

2^e loy

les changements qui arrivent dans
 le mouvement d'un corps sont
 proportionels a la force motrice
 imprimée, et le sont ^{aussi} selon la ligne
 droite ^{selon} dans laquelle cette force
 a été dirigée imprimée

car ils changent leur position ²¹ extrême

Ce qui est absolument contraire à ce qui
dans le repos absolu.

~~arrive aux corps qui sont dans ces~~
~~et ces corps participent et ont dans~~
~~repos absolu et ils sont tous~~
~~portés avec. Les lieux qu'ils occupent~~
~~dans une partie du lieu dans laquelle~~
~~participent au mouvement de translation~~
~~les corps qui les entraînent ainsi ils~~
~~comme dans et leurs parties tendent~~
~~participent de leurs mouvements~~
~~et s'éloignent de leur mouvement~~
~~de même que les parties des corps qui tournent~~
~~celles des corps qui circulent~~
~~et ils tendent à s'éloigner de leur~~

~~forme toutes~~
~~ne s'éloignent de même que les parties des~~
~~corps qui ont un mouvement circulaire~~
[Les quantités relatives ne sont donc pas

ala force avec laquelle le marteau
 frappe le coin, come le progrès
 que fait le coin dans la direction
 de la force,
 quelque imprimeur le coup du
 marteau ala vitesse avec laquelle
 les parties du bois lui cedent
 selon des lignes ^{perp.} parallèles aux
 fibres du bois qui les pressent,
 et ~~est la même loi~~ ^{il en est de même} sans
 toutes les machines, dont l'usage est
~~l'efficacité~~ ^{et l'usage} +
 la même dans cette seule règle
 qu'en diminuant la vitesse on augmente
~~l'usage~~ ^{l'usage} la force ~~en diminuant~~ +
 la vitesse et au contraire, ~~donc~~ ^{donc} est la question
~~de~~ ^{de} revient a problème dans
 toutes les espèces de machines
 que le poids étant donné, la
 force nécessaire pour le mouvoir
 est donnée, ou, le qui revient
 au même, que la résistance étant

[illegible]

donc, si la figure rectiligne ^{qu'on a à transformer} ~~est transformée~~
~~change en une autre, il suffira de joindre~~
~~les intersections des lignes dont la 1^{re} figure est composée,~~
~~et de reporter les points correspondants dans la nouvelle figure, si elle est curviligne.~~

Il suffira de joindre par des lignes
 dans la nouvelle figure #

Donc, si c'est une figure rectiligne qu'on a à transformer [renvoi B]
 il suffira de joindre par des lignes dans la nouvelle figure [renvoi H]
 les points correspondants à ceux qui sont les intersections des
 lignes dont la 1^{re} figure est composée, [.] Si elle est curviligne...

1. l'attraction de la corps infini dont
 son on a parlé dans le Cor. 2. est
 toujours infiniment plus grande que
 l'attraction de la partie latérale.
 2. Soit, si ~~un~~ ^{un} Corps quelconque est
 attiré perpendiculairement vers un plan
 donné, ~~et que son~~ ^{la} ~~soit~~ ^{une loi quelconque} l'attraction
~~soit~~ ^{chaque} on cherche le mouvement du corps
 on réduira le problème en cherchant
 (par la prop. 39) le mouvement du
 Corps ^{qui se meut le long de} ~~qui descend~~ le long d'une ligne droite vers
 ce plan, et (par le Cor. 2. des loix) en
 composant le mouvement avec le mouve-
 -ment uniforme, fait ~~exactly~~ ^{selon} selon
 des lignes parallèles à ce même plan,
 et à l'inverse, si on cherche la loi de
 l'attraction ~~qui~~ exercée ^{vers} dans le plan, ¹¹
 des lignes perpendiculaires, ¹² par
 condition, que le corps attiré se meuve
 dans une ligne courbe ~~donnée~~ ^{quelconque}
 on réduira le problème en opérant ¹³ ¹⁴
 dans le problème 3.

on peut abréger les opérations
en^I substituant les ordonnées en pries,
convergentes, au fait que si per la
base A on tire l'ordonnée de la courbe
B il n'y a pas de fil à la fois sous un
angle quelconque qui soit come la
perpendiculaire quelconque de la base A n et
qu'on cherche la force par laquelle le
corps, selon la position de l'équilibre
est attiré vers la base ou la fin.
Cela raisonnable de l'ordre de la figure
peut le mouvoir dans une ligne
courbe, à laquelle appartenant toutes
ces ordonnées, par son extrémité supérieure
que la base fait augmenter, le corps
partir d'une partie et se déplacer
 $A + O = \frac{m}{n} OA$ dans la forme inférieure donnée
 $\frac{m}{n} OA + m OA = \frac{m-n}{n} OA$ et $m-m = 0$
et que pour terme $\frac{m-n}{n} OA$ est antérieur $m-m - mx = 0$
donc la force cherchée est come $\frac{m-n}{n} OA$
ou ce qui est la même chose, come $m-m - mx$
si la sagittaire est égale à 2 et $n=1$
comme démontré come la force B est égale

on peut abreger les operations en transformant les ordonnées en series convergentes, que sur la base A on tire une ordonnée de la longueur B sous un angle quelquonque qui soit come la puissance quelquonque de la base $A^{m/n}$ et quon cherche la force par laquelle le corps, etant attiré ou repousé par la base (selon la position de l'ordonnée) peut se mouvoir dans une ligne courbe a laquelle apartiene toutes ces ordonnées, je supose que la base soit augmentée d'une tres petite partie O et je transforme l'ordonnée $(A+O)^{m/n}$ dans la serie infinie $A^{m/n} + m/n OA^{(m-1)/n} + (mm-mn)/2nn OOA^{(m-2)/n}$ &c et je suppose la force proportionelle au terme dans lequel O a 2 dimensions cest a dire $(mm-mn)/2nn OOA^{(m-2)/n}$ donc la force cherchée est come $(mm-mn)/nn A^{(m-2)/n}$ ou ce qui est la meme chose, come $(mm-mn)/nn B^{(m-2)/m}$ donc, si l'appliquée est celle d'une parabole m etant egale a 2 et $n = 1$ la force deviendra come la donnée $2B^0$ ainsi elle sera donnée

on peut abreger les operations en transformant les ordonnées en series convergentes, que sur la base A on tire l'ordonnée de la longueur B sous un angle quelquonque qui soit come la puissance quelquonque de la base $A^{m/n}$ et quon cherche la force par laquelle le corps, selon la position de l'ordonnée est attiré ou repousé par la base, peut se mouvoir dans une ligne courbe a laquelle appartient toutes ces ordonnées, par son extremité supérieure que la base soit augmentée d'une tres petite partie O et je transforme l'ordonnée $(A+O)^{m/n}$ dans la serie infinie $A^{m/n} + m/n OA^{(m-1)/n} + (mm-mn)/2nn OOA^{(m-2)/n}$ &c et je suppose la force proportionelle au terme dans lequel O a 2 dimensions cest a dire $(mm-mn)/2nn OOA^{(m-2)/n}$ donc la force cherchée est come $(mm-mn)/nn A^{(m-2)/n}$ ou ce qui est la meme chose, come $(mm-mn)/nn B^{(m-2)/m}$ donc, si l'appliquée est celle d'une parabole m etant egale a 2 et $n = 1$ la force deviendra come la donnée $2B^0$ ainsi elle sera donnée

bien embrouillé } qu'autour d'un autre quelconque, ²³⁵ il est
 Mais que de lui même, il ne changera
 point d'axe, ni l'inclinaison de son axe

bien embrouillé qu'autour d'un autre quelconque, il est
 clair que de lui même il ne changera
 point d'axe ni l'inclinaison de son axe

quelconque de lequateur a fait ^{produit} ~~sortir~~
 elles ~~produiront~~ le même effet ~~mouvement~~

[dans un autre point] quelconque de lequateur a produit
 et enfin que de deux impulsions imprimées dans des lieux quelconques, a faire
 elles produiront le même mouvement [circulaire]

8- cette phrase
n'est pas claire
en françois
comment
mettre

un tems double le tres petit arc PR et les
decremens de ces arcs causes par la resistance
ou leurs défauts ^{qui seroient} des arcs qui seroient
descrits dans un milieu non resistant pendant les memes

8- cette phrase
n'est pas claire
en françois
comment
mettre

[et dans] un tems double le tres petit arc PR [et] et les
decremens de ces arcs causés par la resistance
ou leurs défauts ⁸ [= leur différence] des arcs qui seroient
descrits dans un milieu non résistant pendant les memes
[tems seront entr'eux come les quarés]

Voulés vs la [l^a] ligne pour longueur

8. voulés
pour la ligne
pour longueur

soit menée la ligne de haut la 8 ligne Aa
et le trapeze descrit par le mouvement

Rapports (proportions)

L.1 - f.41 (pdf 85)

perdre [Suppose que ST soit la quatrième
partie de RV et que $RS = TV$ il est
si
~~pu~~ que $RS, ST = 3, 2$, ST exprimera
après le retardement que le corps a éprouvé
en descendant de S en A

en latin : $RS \text{ ad } ST \text{ ut } 3 \text{ ad } 2$

ou $RS : ST :: 3 : 2$

ou encore $RS/ST = 3/2$

^{3 fois que}
~~l'angle~~ $AC, AP :: AP, AK$ on aura (par le Cor. 1.
 du lemme 2. de cette livre) $L, K, PQ :: 2AK, AP$
 c'est à dire $AK, AP :: 2AP, AC$ et de là
 $AK, \frac{1}{2} AC$ ou AB
 ontire $L, K, \frac{1}{2} PQ :: 2AK, AP$ ~~c'est à dire :: 2AP,~~
~~AC ou AB,~~ mais KN, AC ou $AX :: AB, CK$
 et par conséquent $L, N, KO, \frac{1}{2} PQ :: AP, CK$, mais
~~donc on aura~~ $\frac{1}{2} PQ$ étoit $\frac{1}{2} TV$ comme CK à AC donc ~~donc~~
~~on aura~~, $L, K, NO, \frac{1}{2} TV :: AP, AC$, c'est à dire
 comme la vitesse du Corps qui tombe, à la plus
 grande vitesse que le Corps peut acquies en tombant
 , ~~moment~~

Rapports (proportions)

$$AV, PV :: SP, SY \text{ donc } \frac{SP \times PV}{AV} = SY$$

en latin : *AV ad PV ut SP ad SY*

ou : $AV : PV :: SP : SY$

ou encore : $AV/PV = SP/SY$

L.1 - f.81 (pdf 165)

$$\frac{QT^2 \times SP^2}{QR} = \frac{2 PM^3 \times SP^2}{CP^2}$$

ou $(QT^2 \times SP^2)/QR = (2 PM^3 \times SP^2)/CP^2$

f.83 (pdf 169)

BD sera prop. à AB^2

f.40 (pdf 82)

BD sera proportionnel à AB^2

Donc les rectangles
 PQK et $PQ \times PR$ sont égaux et par
 conséquent, le rectangle $PQ \times PR$ sera au
 rectangle AQB c'est à dire au rectangle
 $PS \times PT$ en raison donnée, C. q. f. d.

Donc les rectangles PQK [= $PQ \times QK$] et $PQ \times PR$ sont égaux et par
 conséquent, le rectangle $PQ \times PR$ sera au rectangle AQB c'est à dire au
 rectangle $PS \times PT$ en raison donnée, C.q.f.d.

Parentèses : $(A + \frac{1}{2}a) \times (B + \frac{1}{2}b)$

[L.2 – f.56 (pdf 117) – Lemme 2 (fluxions)]

Devient $A + \frac{1}{2}a \times B + \frac{1}{2}b$ ou, $AB + \frac{1}{2}aB + \frac{1}{2}bA + \frac{1}{4}ab$ ⁸ ~~pour~~ étant de rectangle le premier rectangle
on aura ~~par reste~~ ~~il reste~~ $aB + bA$, donc linéairement $aB + bA$
de rectangle, sera produit par ~~les~~ les linéaires
 a, b des cotés, C. q. f. d.

Soit tirée Fc qui rencontre aD en a et soient tirées, aG , bG , QG , QD , PD , l'angle EaD est égal, par construction à l'angle CAB , et l'angle acF est égal à l'angle ACB donc le triangle anc est equiangle au triangle ABC donc l'angle Anc ou FnD est égal à l'angle ABC et par conséquent à l'angle FbD donc le

Soit tirée Fc qui rencontre aD en a et soient tirées, aG , bG , QG , QD , PD , l'angle EaD est égal, par construction à l'angle CAB , et l'angle acF est égal à l'angle ACB donc le triangle anc est equiangle au triangle ABC donc l'angle Anc [lire anc] ou FnD est égal à l'angle ABC et par conséquent à l'angle FbD donc le

que le point D du triangle DEF s'approche du
 côté EF , que les côtés DE, DF deviennent une
 ligne droite, dont la partie donnée DE doit
 être entre les lignes AB, AC et l'autre partie donnée
 DF entre les autres lignes AB, BC , donc en appliquant
 la construction précédente à cela, on résoudra le problème

Supposé que le point D du triangle DEF s'approche du côté EF , que les
 côtés DE, DF deviennent une seule ligne droite, dont la partie donnée
 DE doit être placée entre les lignes données de position AB, AC et
 l'autre partie donnée DF entre les lignes AB, BC données de position et
 en appliquant la construction précédente à ce cas, on résoudra le
 Problème

Le *Commentaire* (en 2 parties) :

- *Exposition abrégée du Système du monde*
- *Solution analytique des principaux problèmes qui concernent le Système du monde*

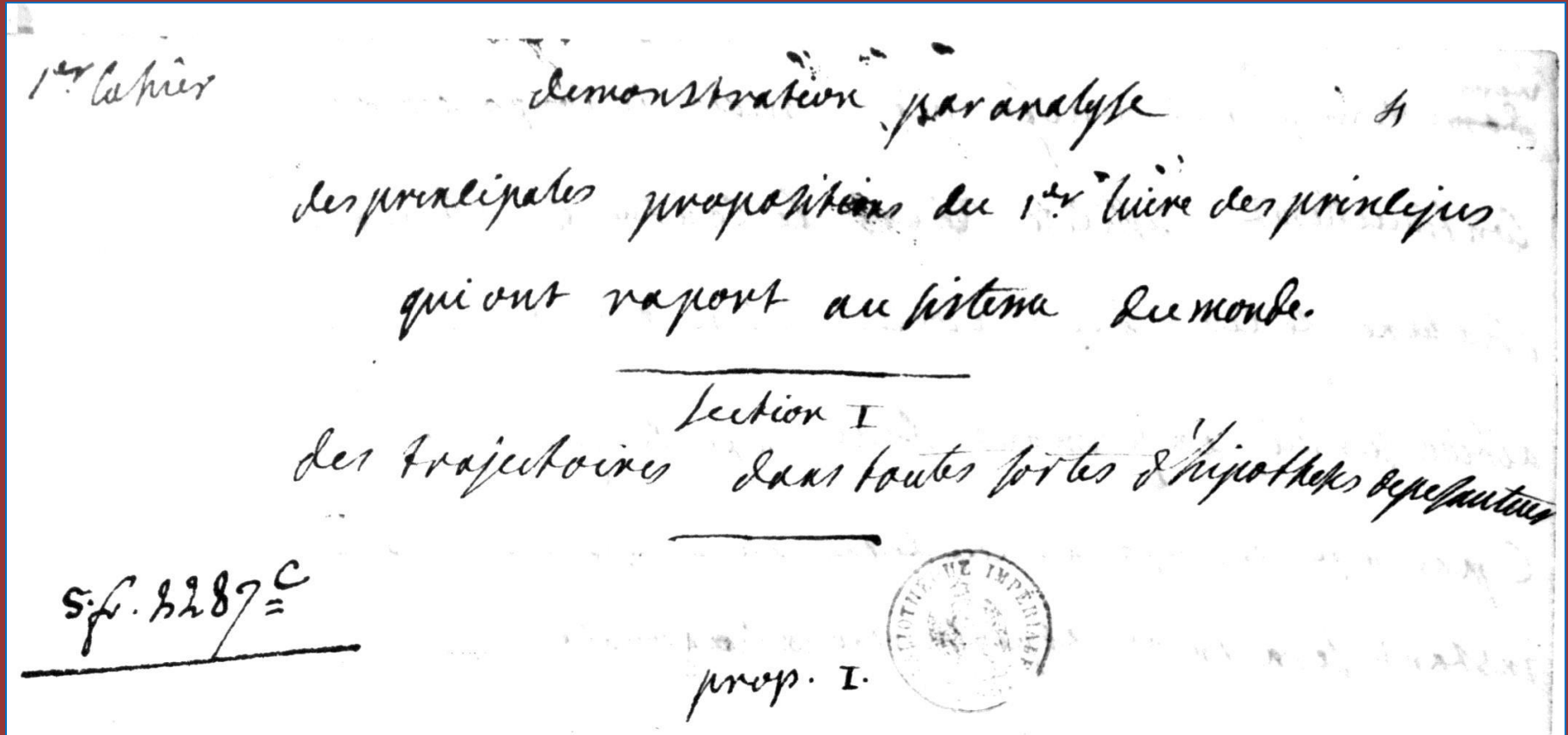
Évolution du titre des manuscrits de
Exposition abrégée du Système du monde

- 1 : *Exposition abregée du sisteme du monde*, et des decouvertes de M. Neuton qui y ont raport,
- 2,3 : *Exposition abregée du sisteme du monde*, selon les principes de M. Neuton.
- 4 : *Exposition abregée du sisteme du monde*, et explication des principaux phenomenes astronomiques tirée des principes de M. Neuton.

imprimé de 1759 :

Exposition abregée du Systême du monde,
et explication des principaux Phénomènes astronomiques
tirée des Principes de M. Newton.

Solution analytique (2^e partie du Commentaire)



démonstration par analyse des principales propositions du 1^{er} livre des principes qui ont rapport au système du monde

section 1

des trajectoires dans toutes sortes d'hypothèses de pesanteur

f. 18v (Proposition 12, p. 127)

γ exprimant la fonction des distances selon laquelle la force centrifuge agit

à l'aide de cette équation $\frac{l^2 f^2 dp}{p^3 dy} = \gamma$, $\frac{l^2 f^2 dp}{p^3} = \gamma dy$

qui est l'équation différentielle de la courbe cherchée

et qu'il ne s'agit plus que d'intégrer

ici donc, en intégrant, $-\frac{l^2 f^2}{2p^2} = \int \gamma dy$, et ajoutant

la constante quelconque B inverse, $B - \frac{l^2 f^2}{2p^2} = \int \gamma dy$

ou $B - \int \gamma dy = \frac{l^2 f^2}{2p^2}$, ou enfin, $\frac{2B - 2 \int \gamma dy}{l^2 f^2} = \frac{1}{p^2}$

et $\frac{c}{r} \left(+ \frac{\delta}{c} \frac{(a - \frac{h\delta^2}{cc}) du}{\sqrt{\frac{\delta^2 \delta^2}{c^2} - \frac{h^2 \delta^4}{c^4} + uu}} \right)$ sont intégrables

(en mettant les deux parties ensemble)

$$\frac{c}{r} \left(-u - \frac{\delta}{c} \sqrt{\frac{\delta^2 \delta^2}{cc} - \frac{h^2 \delta^4}{c^4} + uu} + \frac{\delta}{c} (a - \frac{h\delta^2}{cc}) x \right. \\ \left. \sqrt{\frac{a^2 \delta^2}{cc} - \frac{h^2 \delta^4}{c^4} + uu} \right) \\ - \frac{\sqrt{a^2 \delta^2}{cc} - \frac{h^2 \delta^4}{c^4}}$$

et on remplace dans cette intégrale pour u la valeur $-\frac{h\delta^2}{c^2} - x$ on aura

$$\frac{c}{r} \left(\frac{h\delta^2}{c^2} + x - \frac{\delta}{c} \sqrt{\frac{a^2 \delta^2}{cc} + \frac{2h\delta^2}{cc} x + xx} + \frac{\delta}{c} (a - \frac{h\delta^2}{cc}) \right. \\ \left. \sqrt{\frac{a^2 \delta^2}{cc} + \frac{2h\delta^2}{cc} x + xx} \right) \\ - \frac{\sqrt{a^2 \delta^2}{cc} - \frac{h^2 \delta^4}{c^4}}$$

et cette quantité exprimera, avec la constante près l'attraction de la portion BPM du sphéroïde allongé sur le corps A

pour compléter cette intégrale par la constante qui lui manque il faut en retrancher ce qu'elle devient lorsque $x=0$ alors on aura $\frac{c}{r} \left(\frac{h\delta^2}{c^2} - \frac{a\delta^2}{c^2} + \frac{\delta}{c} (a - \frac{h\delta^2}{cc}) \right) x$

$$\sqrt{\frac{-\frac{h\delta^2}{c^2} + \frac{a\delta}{c}}{\frac{a^2 \delta^2}{cc} - \frac{h^2 \delta^4}{c^4}}}$$

ainsi l'intégrale complète de la qui exprime l'attraction du sphéroïde allongé sur la portion BPM du sphéroïde allongé sera

$$\frac{c}{r} \left(\frac{h\delta^2}{c^2} + x - \frac{\delta}{c} \sqrt{\frac{a^2 \delta^2}{cc} + \frac{2h\delta^2}{cc} x + xx} + \frac{\delta}{c} (a - \frac{h\delta^2}{cc}) \right. \\ \left. \sqrt{\frac{a^2 \delta^2}{cc} + \frac{2h\delta^2}{cc} x + xx} \right) \\ - \frac{h\delta^2}{c^2} + \frac{a\delta^2}{c^2} - \frac{\delta}{c} (a - \frac{h\delta^2}{cc}) x \sqrt{\frac{-\frac{h\delta^2}{c^2} + \frac{a\delta}{c}}{\frac{a^2 \delta^2}{cc} - \frac{h^2 \delta^4}{c^4}}}$$

notamment cette quantité sera la même dans les deux cas où le sphéroïde allongé est attiré par le corps A ou par le corps B

ainsi l'intégrale complète ~~de la~~ qui exprimera l'attraction ~~du système de la portion~~

BPM du sphéroïde allongé sera

$$\frac{c}{v} \left(\frac{h\delta^2}{c^2} + x - \frac{\delta}{c} \sqrt{\frac{a^2\delta^2}{c^2} + 2\frac{h\delta^2}{c^2}x + x^2} + \frac{\delta}{c} \left(a - \frac{h\delta^2}{c^2} \right) \right)$$

$$\times \sqrt{\frac{-\frac{h\delta^2}{c^2} - x + \sqrt{\frac{a^2\delta^2}{c^2} + 2\frac{h\delta^2}{c^2}x + x^2}}{\frac{\sqrt{a^2\delta^2}{c^2} - \frac{h^2\delta^4}{c^4}}}}$$

$$- \frac{h\delta^2}{c^2} + \frac{a\delta^2}{c^2} - \frac{\delta}{c} \left(a - \frac{h\delta^2}{c^2} \right) \times \sqrt{\frac{-\frac{h\delta^2}{c^2} + \frac{a\delta}{c}}{\frac{\sqrt{a^2\delta^2}{c^2} - \frac{h^2\delta^4}{c^4}}}}$$

Approbation de Clairaut (20 décembre 1745)

« J'ai lu par l'ordre de Monseigneur le Chancelier, la Traduction des *Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle*, avec un Commentaire analytique sur le même ouvrage, par Madame la Marquise Du Chastellet, & je n'y ai rien trouvé qui en pût empêcher l'impression ».

À Paris, ce 20 décembre 1745.

Signé : Clairaut.

A Monsieur

Monsieur L'abbé Salier ala
Bibliotèque du Roy.

A Paris

jeu de la liberté que vous m'avez donné Monsieur
je remette entre vos mains des manuscrits que
j'ai grand intérêt qui restent après moi, j'espère
bien que je vous remercierai ensuite de ce service
et que mes louches, dont je n'attens que le moment, ne seront
pas aussi funestes que je le crains, je vous supplie de
vouloir bien mettre un numero à ces manuscrits
et les faire enregistrer afin qu'ils ne soient pas perdus, M^r
de Voltaire qui est ici avec moi vous fait les plus
tendres complimens, et moi je vous reitere Monsieur
les assurances des sentimens avec lesquels je ne
cesserai jamais d'être votre très humble et très obéissante servante
Breteuil du Chastellet

Lettre d'Emilie

à l'abbé Sallier (~ 1^{er} sept. 1749)

J'use de la liberté que vous m'avez
donné Monsieur de remettre entre
vos mains des manuscrits que j'ai
grand intérêt qui restent après moi,
j'espère bien que je vous remercierai
encore de ce service et que mes
couches, dont je n'attens que le
moment, ne seront pas aussi funestes
que je le crains, je vous supplie de
vouloir bien mettre un numero à ces
manuscrits et les faire enregistrer afin
qu'ils ne soient pas perdus, M^r de
Voltaire qui est ici avec moi vous fait
les plus tendres complimens, et moi je
vous reitere Monsieur les assurances
des sentimens avec lesquels je ne
cesserai jamais d'être votre très
humble et très obeissante servante

Breteuil du Chastellet

Supp^{te} fr. 2287^c

Comentaire ~~sur le livre~~ sur le livre
des principes mathématiques de m^r Newton
papiers déposés



à la bibliothèque du roy
par m^e du Chastellet entre
les mains de m^r Labé Sallier
le 10^e. 7^{bre}. 1749

Comentaire sur le livre
des principes mathématiques
de m^r Newton

papiers déposés

à la bibliothèque du roy
par m^e du Chastellet entre
les mains de m^r Labé Sallier

le 10^e. 7^{bre}. 1749.

Solution analytique (Section 4 : de la figure de la Terre – partie I) - f. 111 (p.193)

~~Determiner~~
Section 4. De la
sortes d'hypothèses de gravité. Traite en gen
ur déterminer la fig. de la Terre m^r. Newton ne.

Ou lon traite en general de lequilibre des fluides dans toutes sortes d'hypothèses de gravité[.]

I- Pour déterminer la fig. de la Terre m^r. Newton ne s'est servi que de ce principe...

f. 128 (p.208)

masse restante
18. Sphéroïde
la forme d'une sphère hétérogène
de l'attraction mutuelle des parties

f. 111v (Section 4 : de la figure de la Terre – partie I, p.193-194)

l'assurer de l'équilibre d'une masse fluide, ^{et ils ont} ~~mais~~
fait voir qu'il y a une ~~infinité~~ ^{infinité} de cas dans laquelle la figure que
~~ils ont~~ ~~cas~~ ~~de l'équilibre d'une masse fluide~~
demande l'équilibre de toutes les colonnes qui vont de la surface au centre ne
~~peut être~~ ~~de la~~ ~~laquelle~~ ~~les deux principes~~
serait pas la même que celle qui fait de la perpendicularité de la direction de la
 pesanteur aboutir aux points de la surface, mais ils ont bien qu'une masse fluide dans laquelle les deux principes
s'aligneraient serait nécessairement en équilibre
ou du moins ils n'ont pas cherché d'autres principes pour s'assurer de son équilibre
M^r. Cleraut dont le voyage² au pôle a nécessairement
tourné les vues du côté de cette question, a

ou du moins ils n'ont pas cherché d'autres principes pour s'assurer de son équilibre[1]

2- m^r cleraut dont le voyage au pôle a nécessairement tourné les vues du côté de cette question, a

de premieres precedentes

on voit de meme que si on avoit
determiné la figure de
la surface par le principe de
Mr Newton, l'équilibre de la
masse entiere suivroit de celui
d'un canal quelconque
rentrant en lui-même, car prenant
MHNC pour ce canal, et sachant
par l'observation du principe de Mr
Newton que MCN est en repos
il sensuit que MHN y est aussi.

par les memes, il
deduire

* ou ce qui revient au
même d'un canal quelconque
aboutissant d'un point de la
surface à l'autre

[H] on voit de meme que si on avoit
determiné la figure de
la surface par le principe de
Mr Newton, l'équilibre de la
masse entiere *

[* ou ce qui revient au
même d'un canal **quelconque**
aboutissant d'un point de la
surface à l'autre] suivroit de celui
d'un canal **quelconque**
rentrant en lui-même. Car prenant
MHNC pour ce canal, et sachant
par l'observation du principe de Mr
Newton que MCN est en repos
il sensuit que MHN y est aussi. [o]

Car il serait à désirer qu'on ait, déjà aménagés à l'égard
des ~~fluides~~^{planètes} homogènes, que les canaux rentrant en eux-mêmes,
qui seraient renfermés dans une couche qu'elle qu'elle soit, ne
seraient en équilibre. Or donnant à ces canaux une ~~figure~~^{figure} LHK
 LHK composé de deux branches LH , LK qui joignent deux arcs GL , HK ,
placés sur les deux surfaces extérieures de la couche, laquelle, aurait
été déterminée par cette condition que les grandeurs LH et LK
seraient perpendiculaires au plan de la surface en ce point
et de plus que les branches LK , GL seraient réfléchies comme de même
poids. Et comme on venait de la même manière que les branches
 FG , ML , HVK , qu'il faudrait ajouter à ces premières GL , LK
pour former un canal qui traverserait tout le ~~sphéroïde~~ tout de l'intérieur
quel qu'on voudrait du fluide et qui ~~aboutirait à deux points de la surface extérieure~~
~~serait en équilibre~~ ^{aboutirait à deux points de la surface extérieure} ~~serait en équilibre~~
du sphéroïde, ~~serait en équilibre~~ ^{serait en équilibre} ~~serait en équilibre~~ ^{serait en équilibre} ~~serait en équilibre~~
réflexes et ainsi que tous les canaux ~~qui traverseraient le sphéroïde~~ ^{qui traverseraient le sphéroïde}
d'un point de la surface du sphéroïde à l'autre seraient en équilibre
et par conséquent le sphéroïde entier.

Lettre de Clairaut (1751)

J'ai reçu avec d'autant plus de plaisir l'obligeante lettre que
vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, qu'elle m'annonce un
nouveau Profelyte d'une science que j'aime encore comme lorsque
je commençois à l'étudier. Mon penchant à aimer ceux qui la
cultivent n'a pas non plus diminué; et quand il se seroit rallenti
le goût que vous témoignés pour cette étude, et le caractère d'esprit
et de cœur que votre lettre annonce, me feroit prendre tout
l'intérêt possible à vos succès. Je voudrois de tout mon loeur pouvoir
y contribuer et je suis bien fâché de n'avoir que quelques conseils
à vous offrir, à la distance où nous sommes l'un de l'autre.

Vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, qu'elle m'annonçait un
nouveau Profelyte d'une science que j'aime encore comme lorsque
je commençais à l'étudier. Mon penchant à aimer ceux qui la
cultivent n'a pas non plus diminué; et quand il se serait rallenti
le goût que vous témoigniez pour cette étude, et le caractère d'Esprit

seront en effet
L GKK composé de deux branches GH, LK qui joignent deux Arcs GL, HK,
plus que les deux tangentes extérieures de la Courbe, lesquelles auroient
été déterminées par cette condition que ~~les~~ la tangente à chacun de leurs
points seroit perpendiculaire au plan de la tangente de la surface concave
il falloit que les branches LK, GL seroient réfléchies en un de même
et les branches



M. Clairaut ayant lû le 15 Novembre 1747, un Mémoire sur le système du Monde, dans les principes de la Gravitation universelle, l'Académie jugea à propos de faire imprimer ce Mémoire dans ce Volume, avec celui de M. de Buffon lû le 20 Janvier 1748. M. Clairaut a depuis trouvé par d'autres méthodes quelques résultats différens, & il a lû le 17 Mai 1749, l'Avertissement suivant, que l'Académie a cru devoir publier.

Avertissement de M. Clairaut, au sujet des Mémoires qu'il a donnez en 1747 & 1748, sur le système du Monde, dans les principes de l'Attraction.

LE Problème des trois Corps, dont personne n'avoit donné de solution avant moi, a été traité assez longtemps dans les assemblées de l'Académie, pour que l'on se rappelle facilement la remarque singulière sur l'Apogée de la Lune, à laquelle conduit ma solution.

17 Mai
1749.

« Avertissement » de Clairaut (17 mai 1749)

[...] Mon but actuel est uniquement d'avertir les Géomètres [...] qu'après l'avoir considérée de nouveau sous un point de vûe qui n'avoit encore été envisagé de personne, je suis parvenu à concilier assez exactement les observations faites sur le mouvement de l'Apogée de la Lune, avec la théorie de l'attraction, sans supposer d'autre force attractive que celle qui suit la proportion inverse du quarré des distances [...].

Théorie de la Lune

(Clairaut 1751)

THEORIE
DE LA LUNE
DEDUITE
DU SEUL PRINCIPE
DE L'ATTRACTION
RECIPROQUEMENT PROPORTIONELLE
AUX QUARRÉS DES DISTANCES.

Par M. CLAIRAUT,
des Academies Royales de France, d'Angleterre, de Prusse
de Suede & de l'Institut de Bologne.

PIECE
QUI A REMPORTÉ
LE PRIX
DE L'ACADEMIE IMPERIALE
DES SCIENCES

DE St. PETERSBOURG

proposé
En M. D C C L.



SUR LA QUESTION

Si toutes les inégalités, qu'on a observées dans le mouvement de la Lune, s'accordent avec la Theorie Newtonienne ou non ? & quelle est la vraie Theorie de toutes les inégalités, dont on peut deduire exactement pour un instant quelconque proposé le lieu de la Lune ?

R. 1215. A St. PETERSBOURG
de l'Imprimerie de l'Acad. Imperiale des Sciences

1752.

<f.2> 1^{er} cahier

Définitions Définitions

Def. 1. DÉFINITION PREMIÈRE

La quantité de la matiere se mesure par la densité et le volume pris ensemble[.]

La quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble.

La quantité de l'air dont la densité est double devient quadruple dans un espace double, et sextuple dans un espace triple,[.]

L'air devenant d'une densité double est quadruple en quantité lorsque l'espace est double, et sextuple si l'espace est triple.

On en peut dire autant de la neige et de la poudre qui deviennent plus denses par, la compression et par la liquéfaction, et enfin de tous les corps condensés par quelque cause que ce puisse etre[.] [à la ligne]

On en peut dire autant de la neige et de la poudre condensées par la liquéfaction ou la compression, aussi bien que dans tous les corps condensés par quelque cause que ce puisse être.

On ne fait aucune attention en estimant la quantité de la matiere des corps du milieu qui passe librement dans leurs pores et entre leurs parties,[.]

Je ne fais point attention ici au milieu qui passe librement entre les parties des corps, supposé qu'un tel milieu existe. Je désigne la quantité de matière par les mots de corps ou de masse.

Cette quantité de matiere propre des corps est ce que je désigne lorsque je parle du corps ou de la masse, et cette quantité se conoit par leur poids <f.2v> car j'ay trouvé par des experiences tres exactes sur les pendules que les poids des corps sont exactement proportionels a leur masses, et je rapporterai ces experiences dans la suite[.]

Cette quantité se connaît par le poids des corps : car j'ai trouvé par des expériences très exactes sur les pendules, que les poids des corps sont proportionnels à leur masse ; je rapporterai ces expériences dans la suite.

<f.87v> Prop. 11. Prob. 6.

Le corps faisant sa revolution dans une ellipse[,] on demande la loy de la force centripete qui tend a un de ses foyers[.]

Un corps faisant sa révolution dans une ellipse, on demande la loi de la force centripète, lorsqu'elle tend à un de ses foyers. [Proposition 11 - Problème 6 (figure 21)]

Que le foyer de l'ellipse soit S et qu'on tire SP coupant le diamètre DK en E et l'ordonnée Qv en x [.] soit fini le parallelograme $QxPR$ [.] Il est clair que $EP = AC$ parce que en tirant par l'autre foier H de l'ellipse la ligne HI par. a EC a cause des lignes CS , CH egales, les lignes ES , EI seront aussi égales, ainsi come EP est la moitié de la somme de PS et de PI c'est a dire, (a cause des paraleles HI , PR , et des angles égaux IPR , HPZ) de PS et de PH <f.88> qui mises ensemble sont egales au grand axe $2AC$,[.]

Soient S le foyer de l'ellipse ; E la rencontre de SP avec le diamètre DK ; x celle de la même ligne SP avec l'ordonnée Qv ; $QxPR$ le parallélogramme fait sur Px et Qx . On voit d'abord que EP est égale au demi-grand axe AC , car menant par l'autre foyer H la droite HI parallèle à DK [ou EC], il est clair que EI sera égale à SE à cause de l'égalité qui est entre CH et CS , et par conséquent PE sera égale à la moitié de la somme de PI et de PS , ou, ce qui revient au même, à AC , moitié de la somme de PS et de PH , puisqu'il suit de ce que HI est parallèle à RP , et de ce que les angles HPZ et IPR sont égaux, que $HP = PI$.

<f.156v> Or come l'aire proportionnelle au tems est celle que la ligne Cp décrit dans un plan immobile, il est clair que le corps étant mu [mû] par une force centripète suffisante peut se mouvoir avec le point p dans la même courbe que ce point décrit dans un plan immobile par ce qu'on vient de dire[.] Que l'angle VCu [.] la ligne Cu et la courbe uCp soient faites égales à l'angle PCp , à la ligne CV et à la figure VCP [.] le corps étant toujours dans le point p , se mouvra dans le périmètre de la courbe uCp qui se meut déjà, ainsi il décrira son arc up dans le même tems que l'autre corps P pourra décrire l'arc semblable et égal VP dans la courbe VPK en repos,[.] Que l'on cherche donc par le Cor. 5. de la Prop. 6. la force centripète par laquelle un corps peut faire <f.157> sa révolution dans la même courbe que le point p décrit dans un plan immobile et on aura résolu le Problème[.] C.q.f.f.

Par ce qui précède, il est clair que l'aire proportionnelle au temps, décrite par la ligne Cp dans un plan immobile, indique que le corps p est pressé par quelque force centripète. **Il n'est donc plus question que de trouver quelle est cette loi de force centripète, et l'on aura résolu le Problème.**

Pour y parvenir, il n'y a qu'à trouver la courbe des points que le corps p décrit dans l'espace absolu, et chercher, par le Cor. 5 de la Proposition 6, la force centripète dans cette courbe. (C.Q.F.F).

38 JOURNAL DES SÇAVANS,

MEMOIRE SUR LA COMETE DE 1682. adressé à MM.
les Auteurs du Journal des Sçavans, par M. CLAIRAUT.

J'ESPERE, Messieurs, que vous
voudrez bien insérer dans votre
Journal le Mémoire que j'ai l'honneur
de vous envoyer, & dont j'ai fait la
lecture à l'Assemblée publique de l'A-
cadémie Royale des Sciences du 14
Novembre dernier. Le public sera
peut-être bien aise d'être instruit dès à
présent de l'objet de ce Mémoire, que
l'Académie ne pourroit faire imprimer
que dans plusieurs années.

LA COMÈTE que l'on attend de-
puis plus d'un an, est devenue l'ob-
jet d'un intérêt beaucoup plus vif
que le Public n'en met ordinaire-
ment aux questions Astronomiques.

ce retardement, loin de nuire au
système de la gravitation universel-
le, en est une suite nécessaire, qu'il
doit aller encore plus loin, & je
tente d'en assigner les limites. Mais
avant de rendre compte d'une théo-
rie qui demande qu'on ait présen-
te celle de Newton, j'exposerai en
peu de mots ce que cet illustre Ma-
thématicien a donné sur les Comé-
tes, & ce que Halley y a joint, pour
prédire le retour de celle qui nous
occupe maintenant. J'entre d'au-
tant plus volontiers dans ce détail,
qu'il pourra lever beaucoup de
doutes qui ont été jettés depuis

14 nov. 1758

(p. XL, édition 1759)

Avertissement sur les Planches de cet Ouvrage

Les Planches qui étoient absolument nécessaires dans cet Ouvrage, & d'autres obstacles qu'on ne pouvoit pas prévoir, ont empêché jusqu'ici la publication des *Principes de Newton*, qu'on se proposoit de mettre en vente dès l'année 1756.

1756

PRINCIPES
MATHÉMATIQUES

DE LA

PHILOSOPHIE NATURELLE,

Par feu Madame la Marquise DU CHASTELLET.

TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez { DESAINT & SAILLANT, rue S. Jean de Beauvais.
LAMBERT, rue & à côté de la Comédie Française,
au Parnasse.

M. D. C. C. LVI.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU ROI.

1759

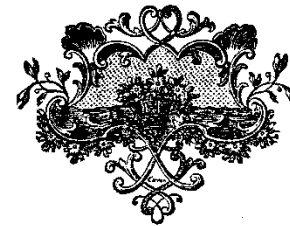
PRINCIPES
MATHÉMATIQUES

DE LA

PHILOSOPHIE NATURELLE,

Par feu Madame la Marquise DU CHASTELLET.

TOME PREMIER.

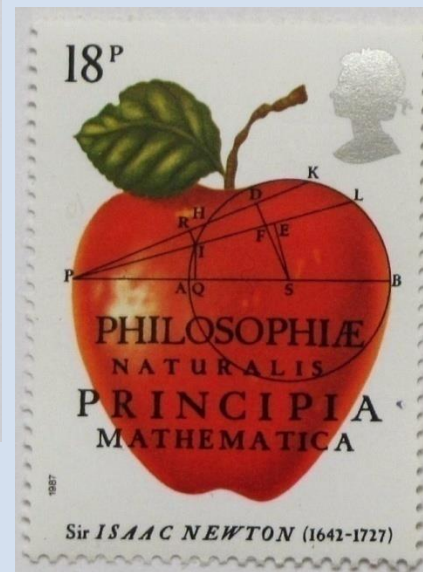


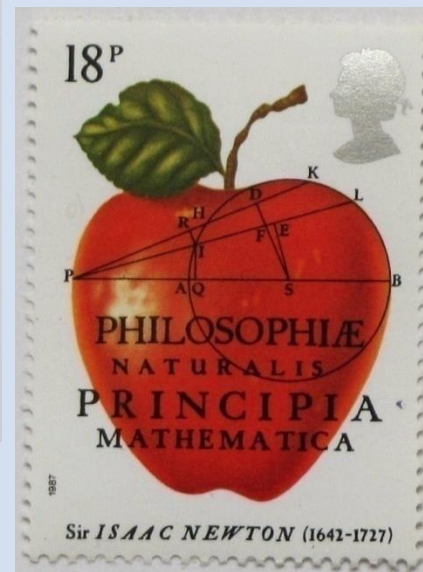
A PARIS,

Chez { DESAINT & SAILLANT, rue S. Jean de Beauvais,
LAMBERT, Imprimeur - Libraire, rue & à côté
de la Comédie Française, au Parnasse.

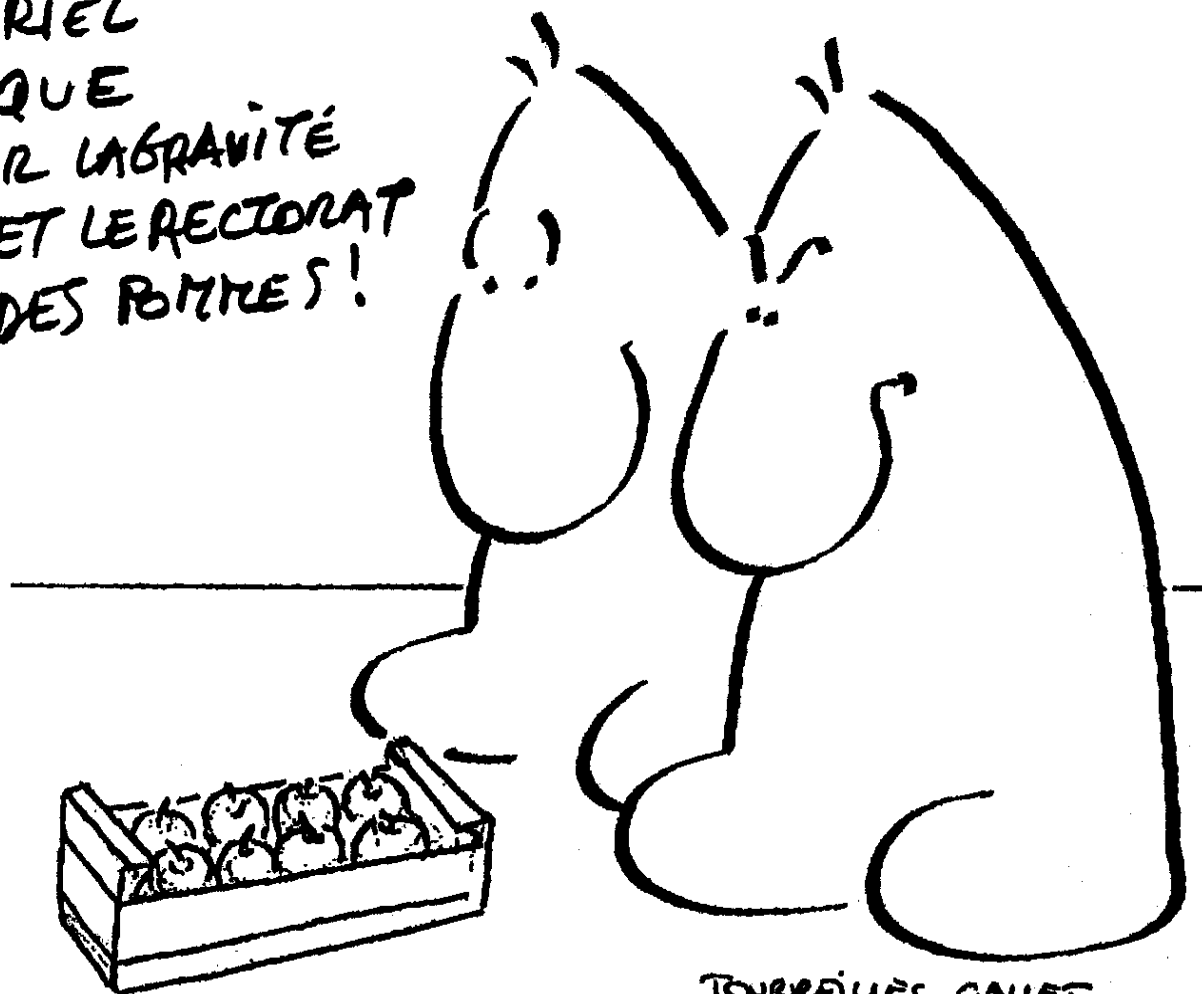
M. D. C. C. LIX.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.





J'AI DEMANDÉ
DU MATÉRIEL
PÉDAGOGIQUE
POUR ÉTUDIER LA GRAVITÉ
TERRESTRE ET LE RECTORAT
M'ENVOIE DES POMMES !



TOURREILLES - GAUDET

Fin

